

## DISEÑO Y SÍNTESIS CINEMÁTICA DE UN NUEVO ROBOT PARALELO REDUNDANTE

Ulises Vargas Olguín, Francisco Cuenca Jiménez, Guadalupe Dalia García Gálvez  
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México,  
Edificio de Posgrado en Ingeniería Bernardo Quintana, Sección de Mecánica, Tercer piso. Anexo de la Facultad de Ingeniería.  
Circuito Exterior, Ciudad Universitaria, UNAM. México DF.  
Tel. (52 55) 5622 3008  
Fax (52 55) 5616 1073  
[ulises.vargas.o@gmail.com](mailto:ulises.vargas.o@gmail.com), [fracuenc@gmail.com](mailto:fracuenc@gmail.com), [dalia.garcia.g@gmail.com](mailto:dalia.garcia.g@gmail.com)

Víctor Javier González Villela  
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México,  
Laboratorios de Ing. Mecánica Ing. Alberto Camacho Sánchez, Centro de Diseño y Manufactura "CDM", cubículo 18.  
Anexo de la Facultad de Ingeniería. Circuito Exterior, Ciudad Universitaria, UNAM. México DF.  
Tel. (52 55) 5622 8050 y 51 ext. 127  
Fax (52 55) 5622 8055  
[vjgv@servidor.unam.mx](mailto:vjgv@servidor.unam.mx)

### RESUMEN

Este artículo versa sobre el diseño de un robot paralelo capaz de realizar movimientos dentro de un espacio de trabajo amplio; para ello se presenta el diseño conceptual de un mecanismo redundante de nueve Grados de Libertad constituido de tres mecanismos planos de Cadena Cinemática Cerrada (CCC). Se aborda la síntesis cinemática de uno de los mecanismos planos mediante la evaluación de varios índices de desempeño, con la finalidad de encontrar las medidas de los eslabones de la CCC que proporcionan una mayor distancia de las configuraciones singulares. Para este caso se concluye que la optimización sobre una trayectoria ofrece más ventajas que la optimización alrededor de un punto y se propone una evaluación del desempeño cercana al concepto de Isotropía. Finalmente, se explica mediante un ejemplo práctico por qué el índice de manipulabilidad en ocasiones no constituye el mejor índice de desempeño a evaluar.

### ABSTRACT

This paper deals with the design of a parallel robot able to perform movements within a large workspace; in order to achieve this goal it is presented the conceptual design of a nine Degrees of Freedom redundant mechanism consisting of three Closed Kinematic Chain (CKC) planar mechanisms. The kinematic synthesis of one of the planar mechanisms is approached by the evaluation of several performance indexes, in order to find the size of the linkages in the CKC which provide a larger distance from singular configurations. For this case, it is concluded that the optimization over a trajectory is more advantageous than that over a single point, and it is proposed a performance evaluation nearby the concept Isotropy. Finally, it is explained through a practical example why sometimes the manipulability index is not the best performance index to evaluate.

### NOMENCLATURA

GDL Grados de Libertad  
CCC Cadena Cinemática Cerrada  
CCA Cadena Cinemática Abierta  
IMV Índice de Manipulabilidad, Índice de Manipulabilidad de Velocidad  
IMF Índice de Manipulabilidad de Fuerza  
NC Número de Condición

## INTRODUCCIÓN

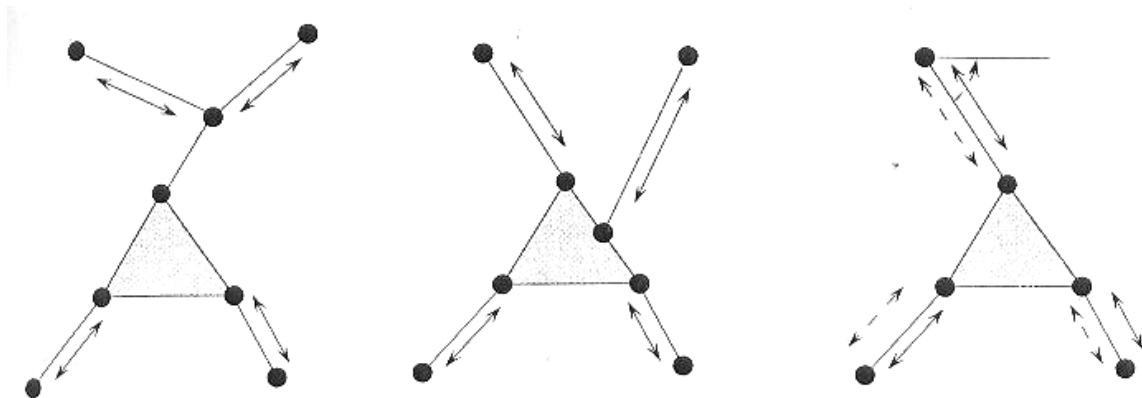
La robótica paralela es, desde hace varios años, un tema central en el diseño y selección de máquinas debido a las altas velocidades que un robot paralelo puede alcanzar en comparación con un robot serial, además de una alta capacidad de carga y una gran precisión (Merlet, 2006). Estas características se deben a su estructura que concentra los actuadores en una plataforma fija, mientras que su efector terminal se encuentra en una base móvil no actuada.

Mediante este tipo de estructuras se pueden sintetizar mecanismos más ligeros, con mayor precisión y con mayor capacidad de carga. Sin embargo, este mismo arreglo limita su espacio de trabajo ya que, a diferencia de los robots de tipo serial, la posición y la orientación de su plataforma móvil están íntimamente relacionadas, por lo cual es común encontrar singularidades dentro de su espacio de trabajo.

Este problema ha sido abordado utilizando mecanismos híbridos, como el robot tipo diamante (Huang, Li, Li, Chetwynd, & Gosselin, 2004), robots móviles con mecanismos paralelos acoplados y arreglos en serie de robots paralelos como el robot LX4 de Logabex. En cuanto a los arreglos de robots paralelos en serie, actualmente se realiza un estudio sobre la utilización de robots paralelos planos y espaciales conectados en serie en el CDMIT, UNAM.

Otra manera en la que se ha abordado el problema de las singularidades dentro del espacio de trabajo es optimando las medidas de los eslabones de las patas del mecanismo mediante diversos índices de singularidad cinemáticos, entre los que se encuentra el Índice de Manipulabilidad de Velocidad (IMV) definido en (Yoshikawa, 1985), la inversa del número de condición y el valor singular más pequeño de la matriz Jacobiana. Estos índices satisfacen las siguientes condiciones: 1) toman el valor de cero, si y sólo si el mecanismo se encuentra en una singularidad, y 2) si no se encuentra en una singularidad, entonces el índice es mayor a cero.

Aunque los índices citados son usados comúnmente, no tienen un significado físico y tampoco son invariantes ante un cambio de unidades (Merlet, 2006). La gran cantidad de índices de singularidad cinemáticos y su comportamiento disímil formula la necesidad de aplicar varios de estos criterios a un mismo problema, por lo que en este artículo se explora la posibilidad de optimar las medidas mediante un índice intuitivamente acorde con una condición óptima; por ejemplo, la observación de los ángulos de transmisión en la posición con mayor índice de desempeño y el desplazamiento de sus ángulos al cambiar de posición. A partir de este estudio se proponen las medidas de los eslabones, haciendo notar la diferencia entre una optimación para el número de condición sobre un punto y sobre una línea. Dado que se propone su utilización en un mecanismo espacial, se consideran las medidas de la base y la plataforma, además de los posibles movimientos del efector final.



**Figura 1** De izquierda a derecha, redundancia cinemática, redundancia de actuadores y redundancia de medición (las flechas discontinuas indican mediciones)

### Mecanismos Redundantes

Los mecanismos redundantes han sido incorporados en varios sistemas que necesitan alta confiabilidad, como es el caso de la aeronáutica, astronáutica y sistemas militares, aunque en el diseño tradicional se prefiere casi siempre la síntesis de mecanismos con una mínima complejidad estructural. A pesar de ello, los mecanismos redundantes han encontrado recientemente más aplicaciones, principalmente en la robótica, donde tienen importantes usos en la evasión de obstáculos y el movimiento en espacios complejos. Entre los diferentes tipos de redundancias para los robots paralelos se encuentran los enunciados en (Pierrot, 2002):

**Redundancia cinemática.** Al menos uno de los mecanismos de CCA tiene un número mayor de GDL que el necesario. Este tipo de redundancias puede utilizarse para extender el área de trabajo.

**Redundancia de actuadores.** El efector final está sobre restringido por los actuadores. Esta redundancia es principalmente utilizada para evadir singularidades.

**Redundancia de medición.** El número de sensores es mayor que el número de pares cinemáticos actuados. Esta redundancia sirve para resolver el problema cinemático directo, para reducir errores de posicionamiento y para la calibración del robot.

Las redundancias enunciadas pueden verse en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

### Análisis de movilidad de los mecanismos planos redundantes

Los mecanismos planos redundantes utilizados se obtienen a partir de dos eslabonamientos de tres barras propuestos en (Koganezawa & Kinoshita, 2001). El eslabonamiento seleccionado cuenta con tres actuadores rotacionales, dos deslizadores, dos juntas pasivas y cinco barras. Los primeros dos actuadores están situados en la base del mecanismo, y uno más paralelo al primer deslizador en 5. Para el cálculo de los grados de libertad de los mecanismos planos se utiliza la fórmula de Grübler, como se muestra en la Figura 2 y se concluye que cada mecanismo plano tiene 3 GDL, con lo cual se demuestra que el mecanismo es redundante por sí mismo. La redundancia de estos eslabonamientos tendrá repercusiones al analizarlo en conjunto con otros mecanismos similares en un mecanismo paralelo.

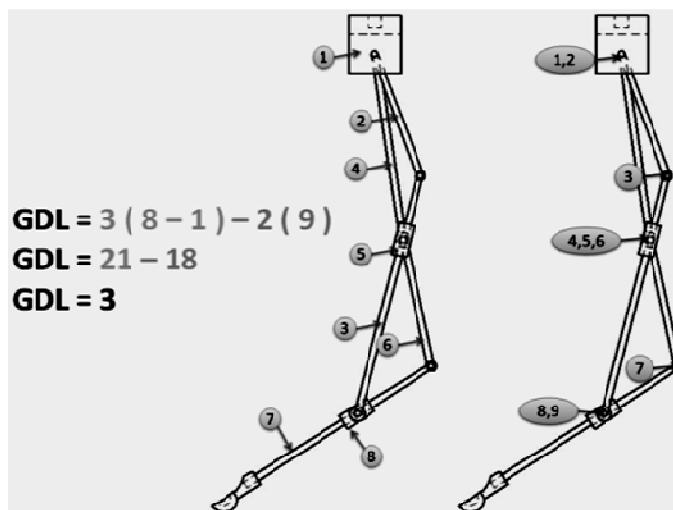


Figura 2 Análisis de movilidad del mecanismo plano redundante

### Diseño del Robot

En cuanto al diseño del mecanismo paralelo espacial, encontramos una de las posibles arquitecturas como se muestra en la Figura 3; para este modelo se precisan tres actuadores por cada arreglo plano, aunque también es posible utilizar un arreglo de seis patas con dos actuadores en cada una de ellas, como se encontrará en el análisis de movilidad. La manera en que se forma el arreglo es agregando una junta rotacional en la base de cada uno de los arreglos planos, de modo que cada mecanismo obtendrá 4 GDL (con tres de ellos actuados) y podrá describir de manera individual un espacio de trabajo de dos esferas concéntricas, las cuales se unen a una plataforma móvil mediante juntas esféricas.

### Análisis de Movilidad del conjunto

Durante el análisis anterior se encontró que para cada brazo existen 3 GDL y uno adicional al incorporar la junta rotacional en la base fija del mecanismo, de modo que al hacer un arreglo de  $n$  patas sobre una superficie se tienen  $4 \times n$  GDL; sin embargo, al unir las cadenas cinemáticas en una plataforma móvil se definen restricciones cinemáticas de la siguiente manera:

- Para la primer cadena no existen restricciones, de modo que tenemos los 4 GDL originales de la cadena (no se restringen)
- Al unir la segunda cadena con la primera a través de la plataforma móvil, la posición de su junta esférica se encuentra delimitada por una esfera alrededor de la junta de la primera cadena, de modo que se restringe 1GDL
- Para un tercer brazo, la posición que puede tener su junta esférica está delimitada por la intersección de dos esferas, restringiéndose a una curva en el espacio y 2 GDL menos para el mecanismo
- Para las demás cadenas se restringe totalmente la posición, de modo que se tienen 3GDL menos para cada una

De esta manera se puede determinar que es necesario utilizar tres actuadores por cada brazo cuando se utilizan tres brazos ( $4 \times 3 - (1+2) = 12 - 3 = 9$  GDL), y dos actuadores si se utilizan seis ( $4 \times 6 - (1+2+3+3+3) = 24 - 12 = 12$  GDL); el arreglo para seis brazos es de tres conjuntos de dos brazos tan juntos como sea posible, por ser un conjunto como el analizado en (Zhang, Duffy, & Crane, 2000). Evidentemente, este no es el único arreglo que puede mostrarse con estos brazos, por lo cual será necesario realizar un análisis ulterior para determinar qué configuraciones ofrecen mayores ventajas al realizar un recorrido en un espacio de trabajo amplio.



*Figura 3 Arquitectura para tres patas*

## PLANTEAMIENTO

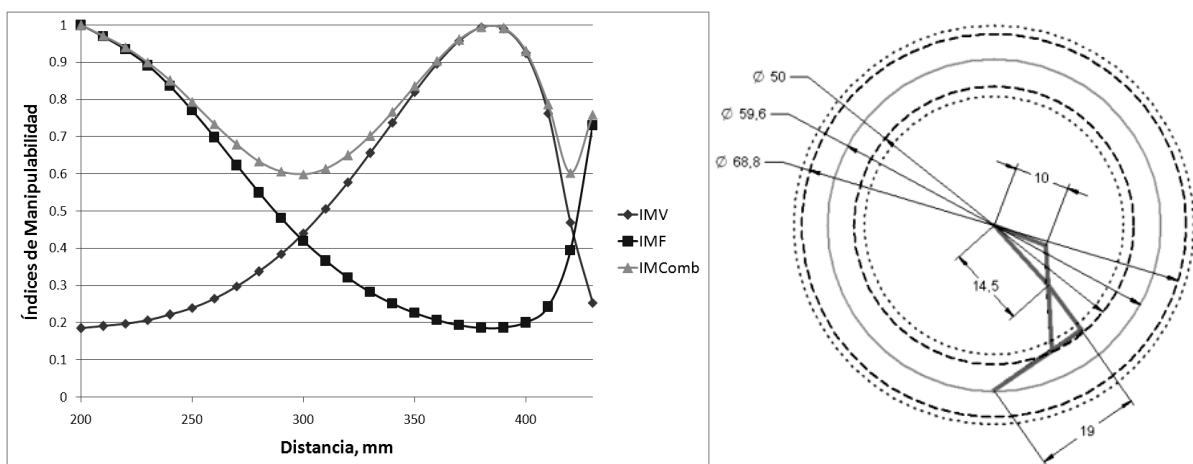
En este artículo se plantea la obtención de los parámetros óptimos, mediante el seguimiento del algoritmo presentado a continuación:

1. Hacer una revisión de los dos índices de singularidad cinemática utilizados en adelante: el *Índice de Manipulabilidad de Velocidad (IMV)* y el *Número de Condición (NC)*.
2. A partir de esta revisión se encuentra el índice que plantea un mejor comportamiento para las mismas condiciones; para ello se observa el ángulo de transmisión, la colisión intrínseca de las partes del modelo y el alineamiento entre dos o más eslabones.
3. Con los datos anteriores, se genera un intervalo que depende de la medida del parámetro más alto dentro del espacio de trabajo y de las medidas propuestas para el mecanismo.
4. Se hace la optimización para un punto y se propone una nueva optimización cada vez, dependiendo de los resultados encontrados.

Para hacer la optimización se genera después de cada iteración una función objetivo, tomando en cuenta el comportamiento de la configuración adoptada por el mecanismo (evasión de colisiones entre sus eslabones, ángulo de transmisión y ausencia de alineamientos de sus eslabones en su área de trabajo). Matemáticamente se maneja una aproximación a la función objetivo propuesta mediante el método de Newton, el cual trabaja de manera adecuada en sistemas no lineales.

### Índice de Manipulabilidad de Velocidad (IMV)

El primer índice sobre el que se tuvo conocimiento es el IMV. Este índice está basado en el determinante de la matriz Jacobiana, el cual se vuelve cero cuando al menos dos de sus renglones se vuelven linealmente dependientes; es frecuentemente utilizado en los manipuladores seriales dado que indica los puntos en los que un movimiento en las articulaciones actuadas produce grandes movimientos en el efector final; un índice grande indica que para lograr grandes desplazamientos en el efector final se precisa tan sólo de pequeños desplazamientos en las juntas. Aunque es cierto que en esta situación el mecanismo se aleja de las singularidades, también es necesario hacer énfasis en que en estas posiciones se pierde la destreza del mecanismo debido a que se necesita una precisión muy alta en la fabricación de las piezas y en los movimientos para llegar a un punto especificado dentro de tolerancias reducidas.



**Figura 1** Índices de manipulabilidad y área que representa el mejor comportamiento

En la Figura 1 se muestran los índices de manipulabilidad asociados a las medidas indicadas en centímetros. El primer índice evaluado fue el Índice de Manipulabilidad de Velocidad (IMV); este índice muestra la posición en la que se pueden realizar grandes desplazamientos con cambios pequeños en los ángulos de entrada. Después se muestra el Índice de Manipulabilidad de Fuerza (IMF), obtenido como el inverso del índice de manipulabilidad de velocidad; según (Nakamura, 1991), este índice muestra las configuraciones para las cuales el mecanismo puede idealmente resistir cualquier carga, pues se necesita imprimir un movimiento muy grande en las articulaciones actuadas para obtener un movimiento pequeño en el efector final, lo cual coincide con el concepto de singularidad para mecanismos seriales, que indica que se necesitan fuerzas muy grandes para mover el mecanismo en estas posiciones. El último índice es el Índice de Manipulabilidad Combinada (IMComb), calculado como el promedio de los cuadrados de los índices anteriores normalizados a uno.

En este caso se observa que para el IMV las configuraciones más propicias son las más alejadas de la base del mecanismo; esto ocurre porque en esos puntos el brazo se estira tanto como es posible antes de llegar a un alineamiento de dos de sus eslabones (una singularidad); lo cual puede explicarse más claramente si se imagina una barra articulada en su base y un actuador lineal a partir de ella hasta el efector final: el mayor desplazamiento del efector final con respecto a una misma rotación desde la base se logrará cuando el brazo esté completamente estirado.

Por otro lado, el índice IMF presenta máximos en las posiciones extremas del mecanismo. Esto se explica al observar que cuando el mecanismo se extiende hasta la singularidad, la fuerza que idealmente puede soportar en la dirección del efector final hacia la base es prácticamente infinita si se desprecian los efectos sobre los apoyos. En el caso en que el mecanismo está contraído, se tiene un efecto similar.

A pesar de la utilización reiterada del IMV y el IMF como índices de desempeño, en este caso se observa que sus configuraciones óptimas son indeseables, por lo que es necesario un criterio que se aleje de ambas configuraciones. Una manera de hacerlo consiste en tomar el promedio de los cuadrados y formar con él un nuevo índice, el Índice de Manipulabilidad Combinado (en la gráfica, IMComb). Este índice tiene como intervalo de trabajo el que se encuentra en la cercanía del mínimo local, en este caso entre 250 mm y 344 mm, y está alejado de los índices antes citados. Al evaluar la forma que toma el mecanismo se nota que en el intervalo no existen colisiones entre sus eslabones, aunque en el punto de mayor manipulabilidad no muestra un ángulo de transmisión satisfactorio.

### Número de Condición (NC)

El NC se define como la relación entre el mayor y el menor de los valores propios de la matriz Jacobiana. Este índice tiende a infinito cuando se acerca a una singularidad y es uno cuando los dos valores propios son iguales; por este

$\frac{1}{NC}$

motivo, es más frecuente el uso del cociente  $\frac{1}{NC}$ , el cual se encuentra mejor condicionado y tiende a cero al acercarse a una singularidad. El NC del Jacobiano de un manipulador es conocido por ser la medida de la amplificación de errores debidos a las transformaciones estáticas y cinemáticas entre el espacio articular y el Cartesiano. Como tal, se presupone que cuando éste toma el valor máximo uno, se encuentra en la distancia más alejada de las singularidades. En la Figura 2 se observa que en la configuración con mayor número de condición se tiene un ángulo de transmisión mejor que el obtenido para el índice de manipulabilidad combinado (el mejor de los índices antes evaluados); por otro lado, la colisión y el alineamiento entre sus eslabones no se presenta en el intervalo mostrado, por lo que se puede concluir que este índice condiciona mejor al mecanismo analizado; el NC será utilizado en las optimaciones.

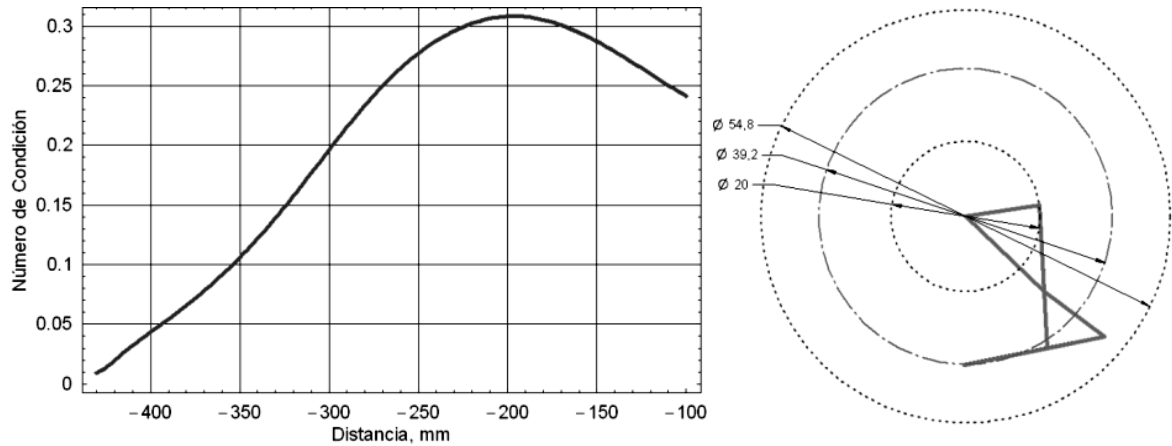


Figura 2 Número de condición y área que representa el mejor comportamiento para este índice

### Optimización en un punto

La primera forma de optimización es la más directa de todas: una optimización sobre un punto importante en la trayectoria. Este procedimiento ha sido utilizado con cierta frecuencia (Hay & Snyman, 2004). Dado que su tratamiento es el más sencillo de todos, se puede empezar por optimizar las medidas del mecanismo mediante un algoritmo que contemple el gradiente de la función a optimizar. En el presente caso no se tiene una función para la cinemática inversa del mecanismo, por lo cual la información del gradiente es aproximada mediante el método de Newton. Al finalizar el método se obtuvieron las medidas y gráfica mostradas en la Figura 3.

Para esta optimización se observa un área de trabajo muy reducida (una curva leptocúrtica), además de colisiones entre los propios eslabones al desplazarse un poco sobre el área de trabajo del mecanismo. Cerca del efector final se pueden observar dos eslabones que prácticamente se alinean. En la gráfica del número de condición se observa un número muy pequeño de puntos con la misma condición, por lo que, aun si funcionara perfectamente en ese punto, no ofrecería las características de amplio espacio de trabajo que se buscan.

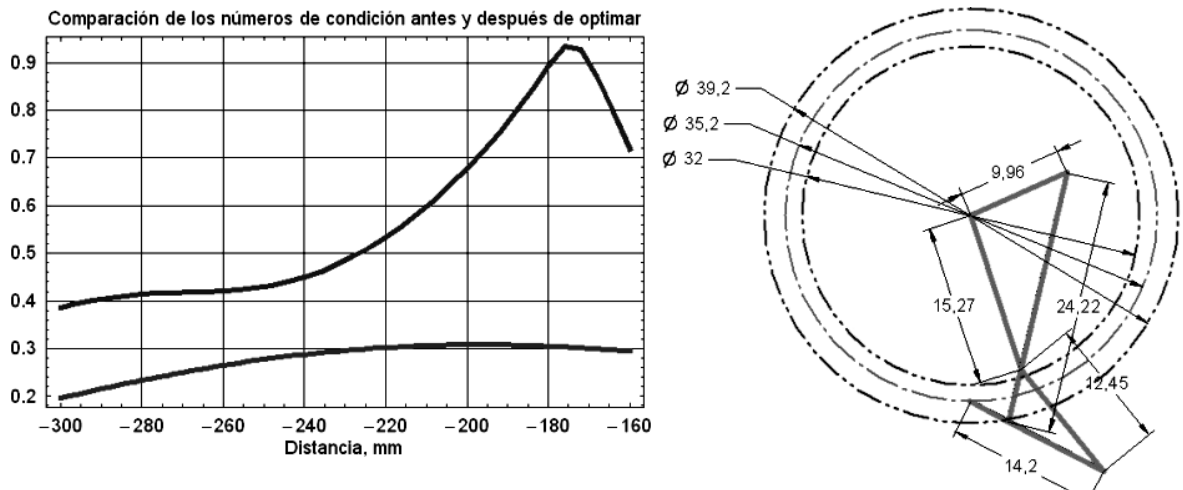


Figura 3 Optimización alrededor de un punto y comparación con el índice original

### Optimación en una línea

Una forma alternativa de optimar las medidas del mecanismo se da a través de una optimación sobre una línea en una dimensión; la cual, en dos dimensiones, puede extenderse a una superficie entre dos círculos concéntricos; o en el espacio, el volumen comprendido entre dos esferas concéntricas. Para este caso se toma en cuenta el principio de *Isotropía*, que es la condición en la cual el número de condición toma el valor máximo de uno en todo el espacio de trabajo, induciendo una destreza cinemática superior y sin configuraciones singulares (Gosselin & Angeles, 1991). La importancia de la isotropía radica en que se pueden obtener funciones lineales para el movimiento del efector final como resultado del movimiento de las articulaciones actuadas.

Un enfoque algo distinto se muestra en (Fattah & Hasan Ghasemi, 2002), donde se sugiere que en muchos mecanismos no es posible (al menos no de una manera sencilla) obtener los parámetros que les hagan isotrópicos, demostrándolo con un mecanismo plano y uno espacial. Sin embargo, es posible encontrar un valor máximo para todo, o casi todo el espacio de trabajo, lo cual se refleja en la obtención de funciones casi lineales en la cinemática directa para intervalos pequeños. Este es el criterio utilizado para encontrar los resultados que se muestran a continuación.

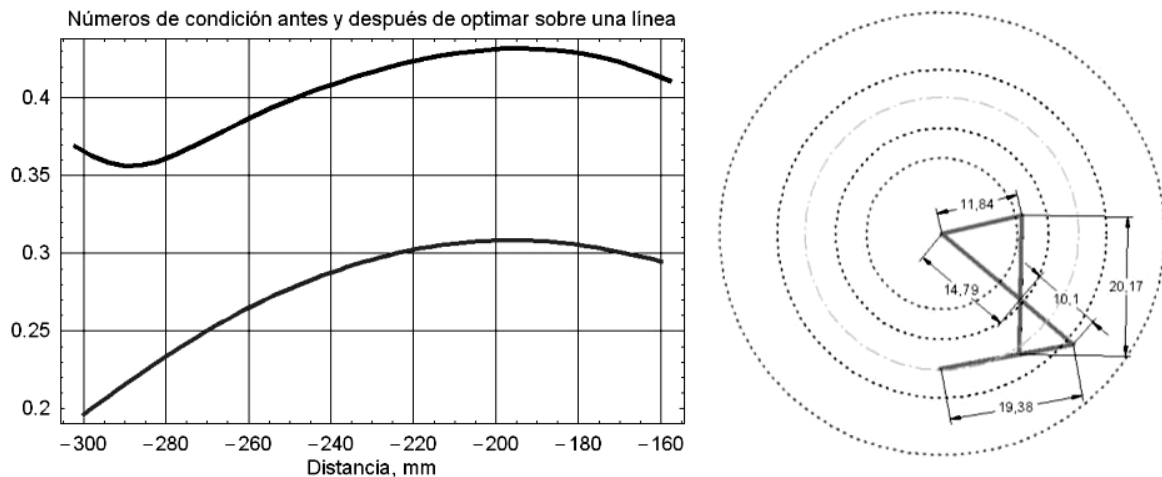


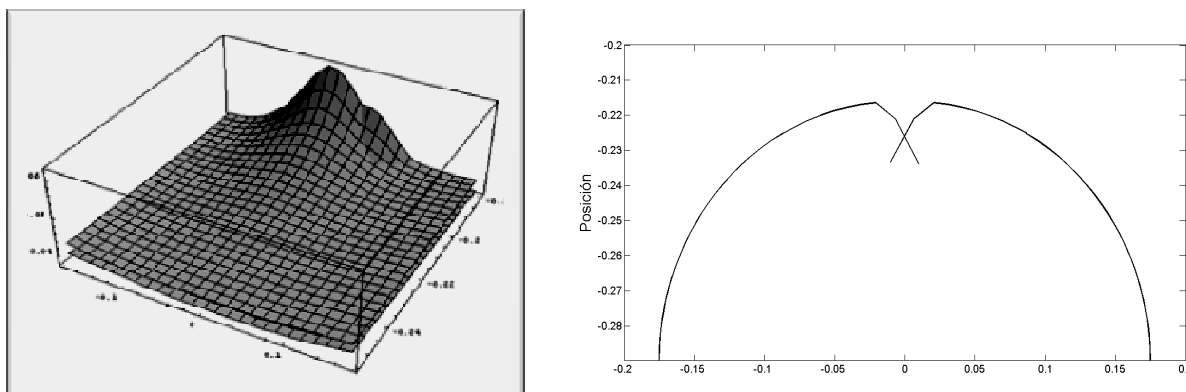
Figura 4 Optimación de número de condición y linealidad después de diez iteraciones

En la Figura 4 se muestra el resultado para la optimación sobre una línea, donde se pretende obtener un número de condición mayor que el inicial. Se puede observar en la gráfica que se obtienen valores por encima de los propuestos, y además la forma es muy similar; el modelo que se genera es aceptable en cuanto a su comportamiento cinemático, y posee un amplio espacio de trabajo, como se espera de un comportamiento cercano al isotrópico.

### Simulación

En este apartado se muestra una simulación para el robot paralelo plano tipo Diamante, el cual es un mecanismo de CCC, como el caso del mecanismo plano analizado. Puesto que aún no se ha desarrollado el modelo dinámico del robot espacial de este trabajo, ejemplificaremos la relación de un alto índice de desempeño con la pérdida de control en un sistema de lazo abierto mediante el modelo obtenido en (García Gálvez, 2008). El desarrollo cinemático de este robot y parte de su desarrollo dinámico se encuentra en (Rocha Cózatl, García, Vargas, & Vázquez, 2007).





*Figura 5 Índice de Manipulabilidad y Falla en el Control en Lazo Abierto*

En la Figura 5 se muestra que para un alto IMV se producen errores en el seguimiento de una trayectoria semicircular, sin importar dónde comience el desplazamiento. Este comportamiento puede explicarse teniendo en cuenta que en estos puntos un pequeño cambio en las velocidades de las juntas representa un gran cambio en el desplazamiento del efector final. Aunque ésta no es considerada una singularidad, se observa una caída de la controlabilidad ya que es necesario contar con tanta información como sea posible para controlar este sistema. Este comportamiento hace evidente que en ocasiones un índice de desempeño más alto, y en este caso un alto IMV, no siempre garantiza el máximo alejamiento de las singularidades para mecanismos de CCC.

### CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó el diseño conceptual de un robot paralelo redundante como una alternativa en la búsqueda de un mecanismo con las bondades de los robots paralelos, y además considerando la necesidad de un espacio de trabajo amplio. Como parte de esta búsqueda se encontró que los mecanismos planos de CCC seleccionados pueden trabajar en amplias áreas de trabajo y se dedujeron las medidas óptimas del mecanismo mediante un algoritmo aquí desarrollado, encontrando las siguientes conclusiones:

1. Es posible realizar una síntesis en el cual se consideren entre cada iteración la configuración adoptada por el mecanismo. Esto es importante, ya que los índices de desempeño comúnmente utilizados son disímiles para las mismas configuraciones, especialmente para mecanismos de CCC.
2. Para este mecanismo se encontró que una optimización adecuada considera toda el área de trabajo y no sólo en un punto, ya que en el último caso se encontró una curva leptocúrtica para el índice de desempeño y una configuración cercana a singularidades, lo cual evidencia la imposibilidad de obtener un comportamiento aceptable fuera de un área de trabajo pequeña.
3. La síntesis con base en el concepto de isotropía resultó adecuada, ya que se encontró un comportamiento cinemático aceptable con un espacio de trabajo amplio (esto se confirmó al desplazar el efector final a lo largo de un espacio de trabajo amplio).
4. Se planteó un ejemplo en el que es posible observar que un alto IMV no siempre constituye el mejor índice de desempeño a evaluar para mecanismos de CCC, lo cual confirma por qué es preferible utilizar más de un índice de desempeño. Un tratamiento similar se encuentra en (Rodríguez, Botero, & Quintero, 2007).

### RECONOCIMIENTOS

Este trabajo se realizó gracias a una beca otorgada por la Universidad Nacional Autónoma de México a través de la Coordinación de Estudios de Posgrado.

## REFERENCIAS

- Fattah, A., & Hasan Ghasemi, A. M. (2002). Isotropic Design of Spatial Parallel Manipulators. *The International Journal of Robotics Research* (21), 811-824.
- García Gálvez, G. D. (Febrero de 2008). Análisis Cinemático y Dinámico de un Robot Paralelo tipo Diamante. *Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México* .
- Gosselin, C., & Angeles, J. (1991). A Global Performance Index for the Kinematic Optimization of Robot Manipulators. *Journal of Mechanical Design* , 113, 220-226.
- Hay, A. M., & Snyman, J. A. (2004). Methodologies for the optimal design of parallel manipulators. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* , 59, 131-152.
- Huang, T., Li, Z., Li, M., Chetwynd, D., & Gosselin, C. (2004). Conceptual Design and Dimensional Synthesis of a Novel 2-DOF Translational Parallel Robot for Pick-and-Place Operations. *ASME Journal of Mechanical Design* , 449-455.
- Koganezawa, K., & Kinoshita, T. (8-12 de Julio de 2001). Hyper Redundant Manipulator Using Compound Three-Bar Linkages. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Proceedings* , 8-13.
- Merlet, J.-P. (2006). *Parallel Robots (Solid Mechanics and its Applications)*. Springer.
- Nakamura, Y. (1991). *Advanced robotics : Redundancy and optimization*. Reading, massachusetts: Addison-Wesley.
- Pierrot, F. (2002). Parallel Mechanisms and Redundancy. *1st International Colloquium, Collaborative Research Centre 562*, (págs. 261-277). Braunschweig.
- Rocha Cózatl, E., García, G. D., Vargas, U., & Vázquez, J. (2007). Análisis cinemático de un robot paralelo tipo diamante. *Memorias del XII Congreso Anual de la SOMIM*. Durango.
- Rodríguez, C. F., Botero, J. C., & Quintero, H. (2007). Aplicación de la teoría de robots manipuladores a la biomecánica del brazo humano. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* , 4 (4), 51-57.
- Yoshikawa, T. (1985). Manipulability of robotic mechanisms. *Journal of Robotic Research* .
- Zhang, Y., Duffy, J., & Crane, C. D. (Septiembre de 2000). The Optimal Quality Index for a Spatial Redundant 8-8 In-Parallel Manipulator. *Proceedings of the ASME Mechanisms Conference* .