

DISEÑO DE UN MECANISMO DE RETORNO RÁPIDO

David Jiménez Villalobos, Juan C. Jáuregui Correa, Carlos López Cajún, Víctor I. De Anda Flores
CIATEQ A.C., Unidad Aguascalientes, Circuito Aguascalientes Norte 135, Parque Industrial de Valle de Aguascalientes,
Aguascalientes, Ags., C.P. 20358, México, Tel. (+52) 449 9731060 Fax (+52) 449 9731070
david.jimenez@ciateq.mx, jcjour@ciateq.mx, hectorclsc1948@yahoo.com.mx, victor.deanda@ciateq.mx

RESUMEN

Los sistemas de alimentación de partes suelen estar calculados por la razón de alimentación (número de piezas que deberá alimentarse en cierta unidad de tiempo), así como el tipo de energía disponible, sin dejar de lado los espacios disponibles y otras características como precisión y repetibilidad. Los sistemas actuales de alimentación de partes involucran actuadores lineales accionados por servomotores o motores a pasos. Otros sistemas involucran actuadores neumáticos, los cuales son rápidos pero desarrollan poca fuerza, además de ser difícil controlar la posición a menos que se trabajen a final de carrera. Los sistemas hidráulicos son demasiado lentos, además de presentar altos costos si se requiere servocontrolados. En este trabajo se presenta el diseño de un mecanismo tipo Whitworth (retorno rápido) accionado por un servomotor. El sistema diseñado desarrolla grandes fuerzas a una alta razón de alimentación (100 piezas/minuto) debido a un volante de inercia y la geometría propia del mecanismo.

ABSTRACT

The parts supply systems are often calculated by the fed rate (number of pieces to be fed in some time unit), as well as the type of energy available, without neglecting the available spaces and other features such as accuracy and repeatability. The current systems supply parts involve linear actuators driven by servo motors or steps motors. Other systems involve pneumatic actuators, which are fast but not strong, besides being difficult to control the position unless they are working to end career. The hydraulic systems are too slow, in addition to introducing high costs if required servo controlled. This paper presents the design of a mechanism type Whitworth (quick return) powered by a servo motor. The system designed develops large forces at a high fed rate (100 pieces/minute) due to a flywheel and geometry of the mechanism itself.

INTRODUCCIÓN

El mecanismo de retorno rápido de Whitworth se utiliza en la industria para realizar operaciones repetitivas como alimentar piezas en una línea de ensamble y corte de material [1, 2, 3]. En estas aplicaciones a menudo resulta conveniente utilizar motores eléctricos de velocidad constante, sin embargo, pueden utilizarse servo motores para mejorar el comportamiento dinámico del mecanismo como se plantea en este trabajo. No obstante es necesario tomar en cuenta los requerimientos de energía y tiempo para el diseño del mecanismo. Estos mecanismos presentan una carrera lenta y potente al avance, seguida de por una carrera de retorno rápida. El mecanismo analizado corresponde a un alimentador continuo de partes para el mercado laser de anillos a gasolina (figura 1).

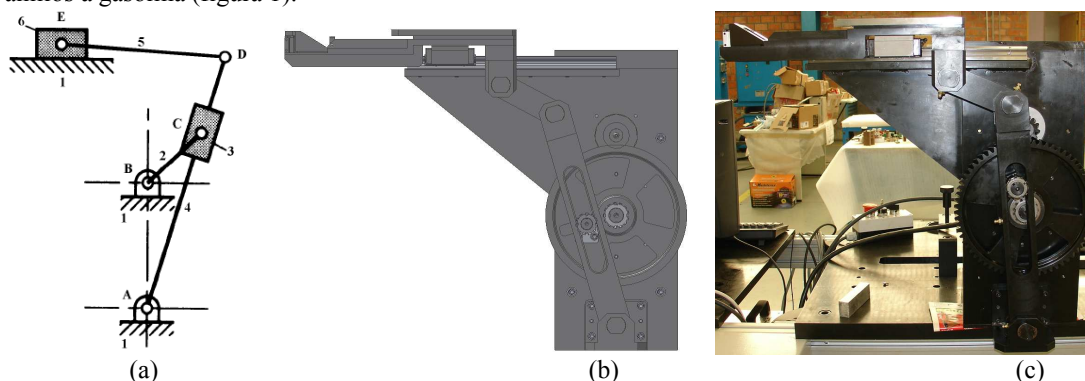


Figura 1. Variante del mecanismo de retorno rápido de Whitworth.
a) esquemático, b) modelo, c) prototipo

ANÁLISIS DEL MECANISMO DE RETORNO RÁPIDO

En la figura 2 se muestra el modelo cinemático de un mecanismo de retorno rápido *RRPRRRP*. Suponiendo que el eslabón de entrada 2 gira en sentido antihorario a una velocidad angular constante $\dot{\psi}$, se determinaron la velocidad y la aceleración del eslabón 6 (carro guiado).

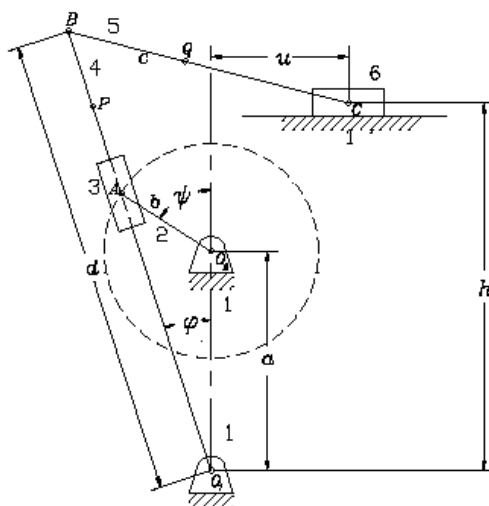


Figura 2. Modelo cinemático de un mecanismo de retorno rápido.

Análisis cinemático de un mecanismo de retorno rápido

El enfoque seguido se describe a continuación. Como este mecanismo es de grado de libertad simple, para obtener la relación entrada-salida deseada se consideró primero la malla formada por los eslabones 1-2-3-4 y después la malla formada por los eslabones 1-4-5-6.

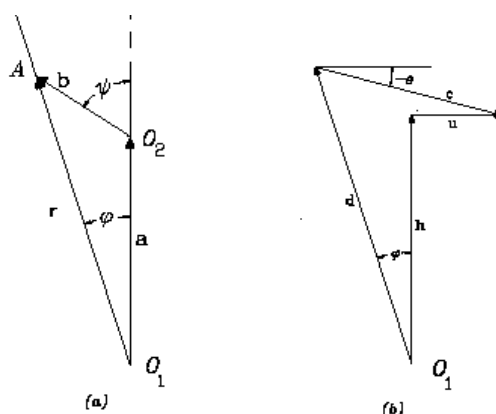


Figura 3. Representación mediante números complejos de la malla:
(a) 1-2-3-4; (b) 1-4-5-6.

Malla 1-2-3-4. Para obtener $\phi(\psi)$, dado un valor de ψ , considere la malla 1-2-3-4, mostrada en la Fig. 2a. De la geometría de esa figura,

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{r} \quad (1)$$

Expresando \mathbf{a} , \mathbf{b} y \mathbf{r} como números complejos, se tiene

$$ae^{i(\pi/2)} + be^{i(\psi+\pi/2)} = se^{i(\phi+\pi/2)} \quad (2)$$

El complejo conjugado de (2) es

$$ae^{-i(\pi/2)} + be^{-i(\psi+\pi/2)} = se^{-i(\phi+\pi/2)} \quad (3)$$

Multiplicando miembro a miembro (2) por (3), se tiene

$$a^2 + b^2 + ab \left[e^{i(\pi/2-\psi-\pi/2)} + e^{i(\pi/2+\psi-\pi/2)} \right] = s^2$$

pero la expresión entre paréntesis rectangulares es

$$[] = 2 \operatorname{Re} \{ e^{i\psi} \} = 2 \cos \psi$$

por tanto,

$$s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \psi} \quad (4)$$

Sustituyendo la ecuación (4) en (2) y despejando $e^{i(\phi+\pi/2)}$ se tiene

$$e^{i(\phi+\pi/2)} = \frac{ae^{i(\pi/2)} + be^{i(\psi+\pi/2)}}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \psi}} \quad (5)$$

Desarrollando la expresión (5) en sus partes real e imaginaria, se tiene

$$\cos(\phi + \pi/2) + i \operatorname{sen}(\phi + \pi/2) = \frac{b \cos(\phi + \pi/2) + i [a + b \operatorname{sen}(\psi + \pi/2)]}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \psi}}$$

o sea

$$\cos(\phi + \pi/2) + i \operatorname{sen}(\phi + \pi/2) = \frac{b \cos(\phi + \pi/2) + i [a + b \operatorname{sen}(\psi + \pi/2)]}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \psi}}$$

de donde

$$\operatorname{sen} \phi = \frac{b \operatorname{sen} \psi}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \psi}} \quad (6)$$

$$\cos \phi = \frac{a + b \cos \psi}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \psi}} \quad (7)$$

Dividiendo miembro a miembro las ecuaciones (6) y (7),

$$\frac{\operatorname{sen} \phi}{\cos \phi} = \tan \phi = \frac{b \operatorname{sen} \psi}{a + b \cos \psi} \quad (8)$$

de donde

$$\phi = \operatorname{ATAN2}(b \operatorname{sen} \psi, a + b \cos \psi) \quad (9)$$

En la ecuación (9), $\operatorname{ATAN2}$ es la función que sirve para obtener directamente el ángulo ϕ en el cuadrante correspondiente.

Dado ϕ , determine $u(\phi)$. En este caso se considera la malla 1-4-5-6, de la figura 3b. De la geometría de esa figura,

$$\mathbf{d} + \mathbf{c} = \mathbf{h} + \mathbf{u} \quad (10)$$

donde

$$\mathbf{d} = de^{i(\phi+\pi/2)}, \quad \mathbf{c} = ce^{-i\theta}, \quad \mathbf{h} = ih, \quad \mathbf{u} = ue^{i0} = u$$

por tanto,

$$ce^{-i\theta} = u + ih - de^{i(\phi+\pi/2)} \quad (11)$$

siendo su conjugado,

$$ce^{i\theta} = u - ih - de^{-i(\phi+\pi/2)} \quad (12)$$

Ahora, defínase $z \equiv u + ih$, entonces, $\bar{z} \equiv u - ih$. Multiplicando nuevamente miembro a miembro las ecuaciones (11) y (12), se obtiene

$$c^2 = z\bar{z} + d^2 - dze^{-i(\phi+\pi/2)} - d\bar{z}e^{i(\phi+\pi/2)} \quad (13)$$

pero

$$-dze^{-i(\phi+\pi/2)} - d\bar{z}e^{i(\phi+\pi/2)} = -2d \operatorname{Re}\{\bar{z}e^{i(\phi+\pi/2)}\} \quad (14)$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} \bar{z}e^{i(\phi+\pi/2)} &= (u + ih)(-\operatorname{sen} \phi + i \operatorname{cos} \phi) = \\ &= -(u \operatorname{sen} \phi - h \operatorname{cos} \phi) + i(u \operatorname{cos} \phi + h \operatorname{sen} \phi) \end{aligned} \quad (15)$$

Sustituyendo la ecuación (14) en (15), se obtiene

$$c^2 = u^2 + h^2 + 2d(u \operatorname{sen} \phi - h \operatorname{cos} \phi) + d^2$$

o bien

$$u^2 + 2d \operatorname{sen} \phi \cdot u - 2dh \operatorname{cos} \phi + h^2 - c^2 + d^2 = 0 \quad (16)$$

La ecuación (16) es una ecuación cuadrática en u y tiene como soluciones

$$u = -d \operatorname{sen} \phi \pm \sqrt{d^2 \operatorname{sen}^2 \phi + 2dh \operatorname{cos} \phi - h^2 + c^2 - d^2}$$

Por lo que la relación entrada-salida está dada por

$$u = u(\phi), \quad \phi = \phi(\psi) \Rightarrow u = u(\psi)$$

Análisis de velocidades. En este punto se requiere determinar la función

$$\dot{x} = \dot{x}(t)$$

Para obtener \dot{x} , se supondrá que la función \dot{x} está dada en la siguiente forma:

$$\dot{x} = C(\phi, \psi) \cdot \dot{\psi} \quad (17)$$

donde

$$\begin{aligned} C(\phi, \psi) &= u'(\phi) \phi'(\psi) \\ u'(\phi) &= \frac{du}{d\phi}; \quad \phi'(\psi) = \frac{d\phi}{d\psi}; \quad \dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} \end{aligned}$$

Determinación de $u'(\phi)$. Derivando con respecto a ϕ ambos miembros de la ecuación (16)

$$2uu'(\phi) + 2d \operatorname{cos} \phi \cdot u + 2d \operatorname{sen} \phi \cdot u'(\phi) + 2dh \operatorname{sen} \phi = 0 \quad (18)$$

de la cual se obtiene

$$u'(\phi) = -\frac{d(h \operatorname{sen} \phi + u \operatorname{cos} \phi)}{u + d \operatorname{sen} \phi} \quad (19)$$

Determinación de $\phi'(\psi)$. De la ecuación (17),

$$\tan \phi = \frac{b \operatorname{sen} \psi}{a + b \operatorname{cos} \psi} \quad (20)$$

Derivando con respecto a ψ ambos miembros de la ecuación (20), se tiene

$$\phi'(\psi) \left(\frac{1}{\operatorname{cos}^2 \phi} \right) = \frac{ab \operatorname{cos} \psi + b^2}{(a + b \operatorname{cos} \psi)^2} \quad (21)$$

Por otra parte, recordando que

$$1 + \tan^2 \phi \equiv \frac{1}{\cos^2 \phi} \equiv \sec^2 \phi \quad (22)$$

y después de realizar las operaciones algebraicas, se tiene

$$\phi'(\psi) = \frac{(a \cos \psi + b)b}{a^2 + b^2 + 2ab \cos \psi} \quad (23)$$

Sustituyendo la ecuación (23) en la (21) y el resultado en la ecuación (17) se obtiene la relación deseada, esto es,

$$u = \frac{d(h \sin \phi + u \cos \phi)}{u + d \sin \phi} \cdot \frac{(a \cos \psi + b)b}{a^2 + b^2 + 2ab \cos \psi} \quad (24)$$

Análisis de aceleraciones. Se requiere determinar en este caso la segunda derivada con respecto al tiempo de la función de desplazamiento $u(t)$, esto es $\ddot{u}(t)$.

Derivando la función $u(t)$, se tiene

$$\ddot{u}(t) = \frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{d \dot{u}}{dt} \quad (25)$$

Derivando con respecto al tiempo ambos miembros de la ecuación (16), se tiene

$$\ddot{u}(t) = \frac{dC}{dt} \dot{\psi} + C(\phi, \psi) \cdot \ddot{\psi}$$

donde

$$\frac{dC}{dt} = \frac{dC}{d\psi} \dot{\psi} \quad \frac{dC}{d\psi} = \frac{\partial C}{\partial \phi} \phi'(\psi) + \frac{\partial C}{\partial \psi}$$

De las expresiones anteriores, es claro que se necesita calcular solamente $\frac{\partial C}{\partial \psi}$ y $\frac{\partial C}{\partial \phi}$. Estas se calculan en seguida,

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial \phi} &= \frac{\partial}{\partial \phi} [u'(\phi) \phi'(\psi)] = u''(\phi) \phi'(\psi) \\ \frac{\partial C}{\partial \psi} &= \frac{\partial}{\partial \psi} [u'(\phi) \phi'(\psi)] = u'(\phi) \phi''(\psi) \end{aligned}$$

de las cuales se necesitan calcular solamente $u''(\phi)$ y $\phi''(\psi)$, esto se hace a continuación. Derivando con respecto a ϕ la ecuación (19) se obtiene $u''(\phi)$ como

$$u''(\phi) = \frac{du(d - h \cos \phi + u \sin \phi)}{(u + d \sin \phi)^2}$$

Derivando con respecto a ψ ambos miembros de la ecuación (23), se obtiene $\phi''(\psi)$ como

$$\phi''(\psi) = \frac{ab(b^2 - a^2) \sin \psi}{(a^2 + b^2 + 2ab \cos \psi)^2}$$

Completando así el análisis deseado. En las figuras 4 y 5 se muestran las gráficas de desplazamiento y velocidad del "carrito" (6).

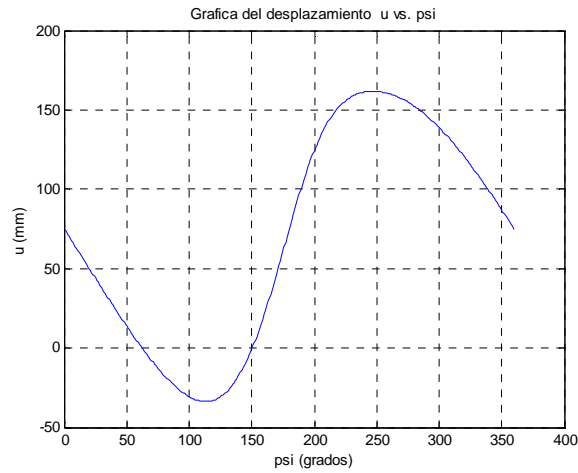


Figura 4. Gráfica de desplazamiento.

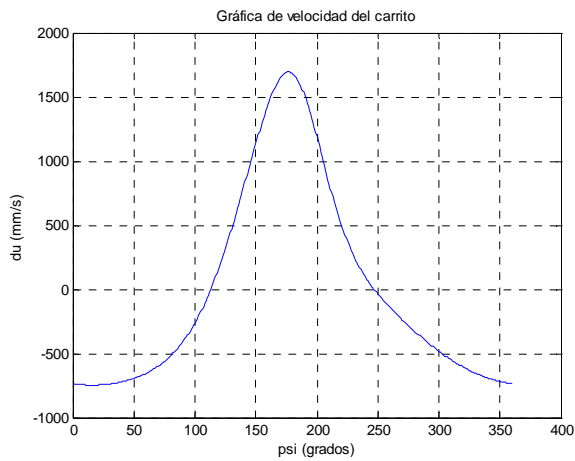


Figura 5. Gráfica de velocidad.

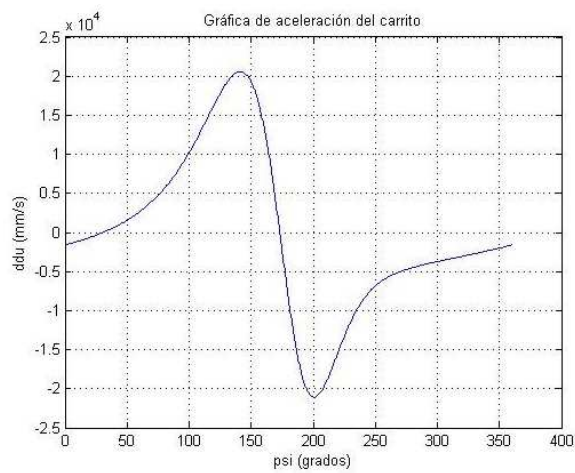


Figura 6. Gráfica de aceleración del carrito.

La máxima velocidad absoluta fue de 1.7 m/s ($\psi = 180^\circ$) y la máxima aceleración absoluta fue de 21.1 m/s² ($\psi = 200^\circ$). La máxima aceleración angular del eslabón oscilante 4 fue de 80 rad/s².

Para el análisis de fuerzas, se consideró que la máxima aceleración ocurre también en $\psi = 180^\circ$, esto es cuando el eslabón 4 está completamente vertical.

DISEÑO DE ENGRANES

Se realizó el cálculo de los engranes con la finalidad de utilizar una reducción de engranes irracional (6.09) en donde el engrane de salida presente un momento de inercia igual al requerido a modo de obtener la aceleración requerida por el mecanismo con el servomotor seleccionado. Con los engranes diseñado, se buscó tener la reducción adecuada para amplificar el par suministrado por el servomotor y al mismo tiempo que el momento de inercia del engrane de salida no sea una carga para lograr la aceleración del mecanismo haciendo la función de un volante de inercia capaz de cubrir el ciclo del mecanismo. El diseño de los engranes se realizó con el software diseng propiedad de Ciateq A. C. La figura 7 muestra los resultados del diseño de los engranes.

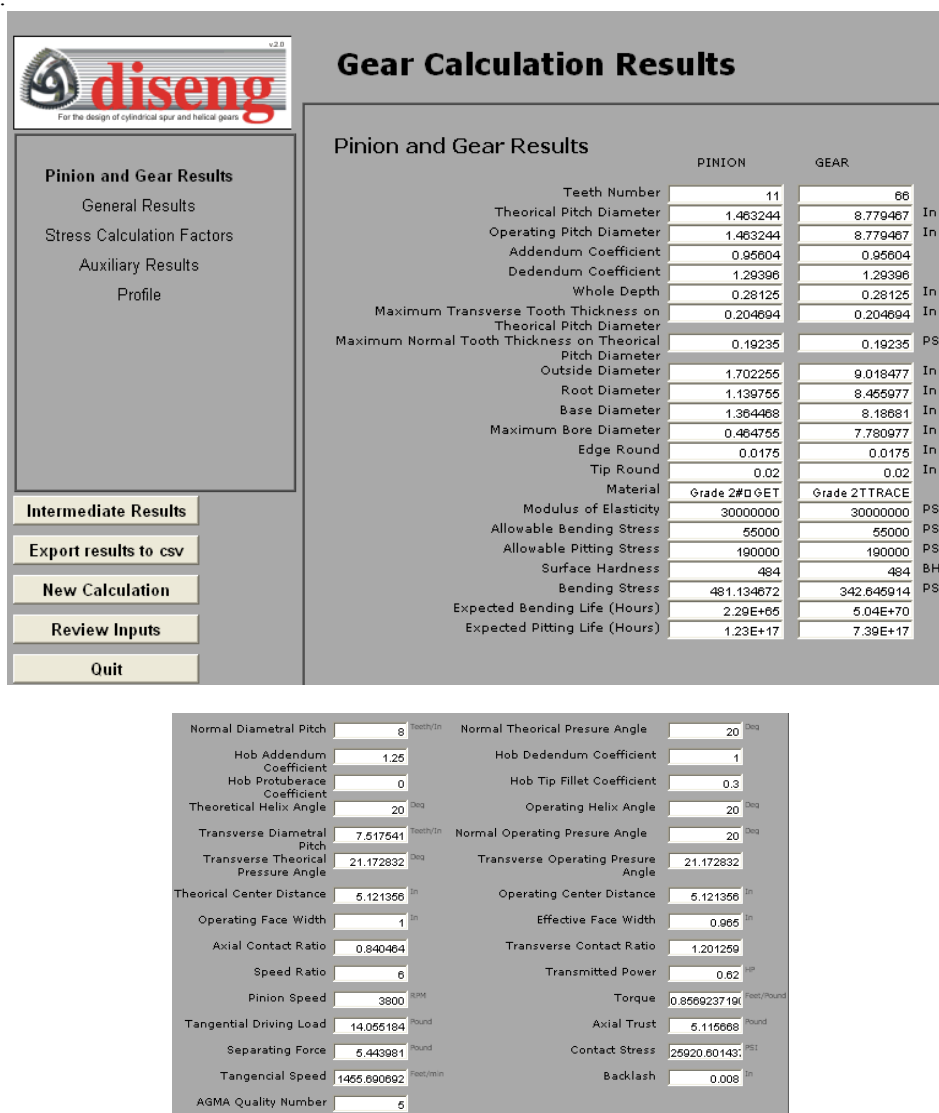


Figura 8. Resultados del cálculo de engranes con el software diseng.

CÁLCULO DE TORQUE REQUERIDO

En función a las fuerzas y tiempos de ciclo requeridos para el movimiento lineal del elemento 6 (ver figura 1a), se diseñó un mecanismo que pudiera entregar la fuerza lineal requerida ayudado con una reducción de engranes. Dada la dinámica del mecanismo no es posible obtener una fuerza constante en el elemento 6 por lo que fue necesario la adición de un volante de inercia, el cual se calculó a modo de almacenar la energía suficiente para completar el ciclo, además de ser utilizado como engrane de salida de la reducción. El par máximo entregado por el servo motor con la reducción es de 8.4 N-m.

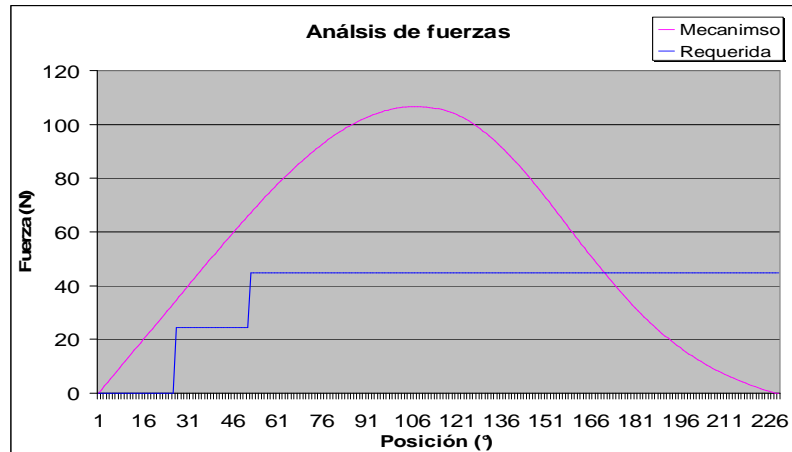


Figura 9. Fuerza requerida durante la carrera de avance (226° de 360°) contra fuerza entregada en el eslabón 6 por el mecanismo de retorno rápido propuesto.

CONCLUSIONES

De la Figura 4 del desplazamiento se puede ver que el desplazamiento máximo de (6) alcanza los 200 mm con las longitudes proporcionadas. Para la gráfica de velocidad se supuso una velocidad angular correspondiente a 100 cpm, para lograr la producción deseada.

Con la reducción de engranes propuesta (6.09) se obtiene el par de entrada necesario que aunado a la dinámica del mecanismo y la del volante de inercia (engrane de salida de la reducción) supere la fuerza requerida para la alimentación de las partes.

Los mecanismos de retorno rápido, debido a su propia dinámica y ayudados con el movimiento controlado de un servomotor, son mecanismos de gran utilidad para la alimentación continua de partes. El mecanismo descrito en este trabajo se encuentra instalado en una máquina en producción en la ciudad de Aguascalientes trabajando a una razón de 100 piezas por minuto por 16 horas diarias. El mecanismo ha cumplido con las necesidades del cliente dada su alta repetibilidad (0.01 mm), sencillez de operación y mantenimiento.

REFERENCIAS

- [1] Mabie H. y Ocvirk F., "Mecanismos y dinámica de maquinaria". México. Limusa, 1985.
- [2] Norton R., "Diseño de maquinaria". México. McGraw-Hill, 1995.
- [3] Shigley J. y Uicker J., "Teoría de máquinas y mecanismos". México. McGraw-Hill, 1988.