

MECANISMOS ANALIZADOS CON ALGORITMOS GENÉTICOS Y MÉTODOS ANALÍTICOS.

E. Lugo-González, J. Ramírez-Gordillo, A. T. Velázquez Sánchez, I. Y. Campos Padilla.

¹Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Profesional Zacatenco, Avenida Instituto Politécnico Nacional, Colonia Zacatenco, Gustavo A. Madero, CP 07738, México DF, México
Tel. 57296000 ext. 64496

elugog@ipn.mx, ramirezgordillo@gmail.com, avelasquez@ipn.mx, isha2201@hotmail.com.

E. A. Merchán-Cruz, R. G. Rodríguez-Cañizo

²Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Profesional Azcapotzalco, Avenida de las Granjas 682, Colonia Sta. Catarina, Azcapotzalco, CP 02550, México DF, México

eamerchan@ipn.mx, ricname@gmail.com.

RESUMEN

Este trabajo muestra la revisión teórica y una propuesta de solución para la síntesis de mecanismos de 4 barras al generar una trayectoria predeterminada, utilizando el método analítico (que involucra las ecuaciones de Freudenstein y Chebyshev, además de números complejos y el Método de Newton Raphson para calcular las incógnitas como son el tamaño de las barras y el valor de los ángulos de movimiento) y el método de optimización por Algoritmos Genéticos, ya que ofrece ventajas sobre otros métodos de optimización en la evaluación de la función objetivo que debe satisfacer las restricciones impuestas. El objetivo es mostrar las diferencias en los cálculos y en los resultados, además de identificar cuál es el método más conveniente para aplicarlo en un caso específico como son los movimientos de la rodilla humana. Se exponen dos ejemplos para ilustrar estos métodos.

ABSTRACT

This work shows the theoretical review and a solution propose for the synthesis of four bars mechanisms to generate a specific trajectory, using the analytical method (that involves Freudenstein and Chebyshev equations, in addition to complex numbers and the Newton Raphson Method to calculate the variables such as bars size and movement angles) and a method of optimization by Genetic Algorithms, since it offers advantages on other methods of optimization in the evaluation of the objective function that must satisfy the imposed restrictions. The objective is to show the calculations and results differences, in addition to identify which is the most advisable method to apply in specific cases such as the human knee movements. Two examples are shown to illustrate these methods.

NOMENCLATURA

Σ = sumatoria

m = Grados de libertad

r = longitud de la barra del mecanismo

q = ángulo de movimiento de las barras

f = función óptima

C_d^i = conjunto de puntos específicos

x_0 = punto de inicio en el eje x

y_0 = punto de inicio en el eje y

x_d = punto deseado en el eje x

y_d = punto deseado en el eje y

INTRODUCCIÓN

El análisis y la síntesis cinemática son los primeros pasos para estudiar los mecanismos, por un lado el análisis se encarga de investigar un mecanismo en particular dado con base en la geometría del mismo y otras características conocidas, y la síntesis se utiliza para buscar un mecanismo que desempeñe una tarea específica [1], siendo en este trabajo la trayectoria requerida para el movimiento de la rodilla humana.

La síntesis de mecanismos ha tenido avances en su estudio desde 1870 por Reuleaux [2] hasta nuestros días. Para cumplir con las condiciones requeridas en la síntesis de mecanismos, se han utilizado métodos gráficos y analíticos [3, 4], entre los que se encuentran la matriz de aproximaciones [5], los mínimos cuadrados en la síntesis finita de los mecanismos espaciales de cuatro barras desarrollado por Levitskii y Shakvazian[6] o el modelo matemático y de simulación para la síntesis exacta de mecanismos [7, 8]. Estos métodos tienen como inconveniente que restringen el número de puntos de posición para permitir la solución por el sistema matemático. Como consecuencia de esto, se han diseñado métodos para resolver la síntesis de múltiples puntos de precisión y posición, con técnicas como la optimización no lineal, la optimización de la síntesis con diversos métodos[9] y los algoritmos genéticos [2, 10-15], redes neuronales[16], métodos de Monte Carlo[17] o método de desviación de control [18] entre otros. La mayor parte de estos trabajos relacionados con la generación de trayectorias para mecanismos de 4 eslabones.

ALGORITMOS GENÉTICOS.

Son herramientas matemáticas que imitan a la naturaleza e intentan resolver problemas complejos empleando el concepto de la evolución [19]. Estos combinan la supervivencia del gen del individuo más fuerte en la estructura de cadenas con un intercambio estructurado de información aleatoria para crear el mecanismo de búsqueda, en cada generación se crea un nuevo conjunto de individuos usando los genes de los individuos de la generación anterior. Goldberg, en 1989 menciona que los AG son diferentes métodos tradicionales de optimización por que trabajan con la codificación de un conjunto de parámetros, y no con los parámetros mismos, trabajan con una población de puntos, no un simple punto, utilizan una función objetivo, usan reglas de transición probabilística, no determinística, no necesitan conocimientos específicos sobre el problema a resolver, cuando se usan para problemas de optimización resultan menos afectados por los máximos locales. Los pasos para hacer un algoritmo genético son [20]: generación aleatoria de la población, evaluación respecto a la función objetivo, selección, cruzamiento y mutación. El algoritmo finaliza cuando se ha ejecutado un número determinado de iteraciones prefijado de antemano, cuando se ha encontrado el valor óptimo o bien cuando se ha obtenido en la población un nivel de idoneidad medio superior a un cierto nivel de control [21].

Población inicial: Esta se crea aleatoriamente y es codificada dentro del cromosoma de un arreglo con longitud variable (fig.1). La codificación puede hacerse en una representación binaria[20, 22]. En esta etapa es importante especificar el número de bits para la longitud del cromosoma y en el cual un *cromosoma* es una cadena de la forma hb_1, b_2, \dots, b_m , donde b_1, b_2, \dots, b_m se denominan *alelos* (ya sea ceros o unos). Para poder hacer la evaluación se tiene que hacer la decodificación y obtener valores reales. El cromosoma se representa por [10, 23] :

$$lgcr = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n] \quad \forall x \in R \quad (1)$$

$$x_0 = \frac{n}{X^k} \quad (2)$$

Donde $lgcr$ es la longitud del cromosoma, k es la medida del cromosoma y X^k es el número de posibles esquemas.

1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0

Fig.1. Población inicial

Evaluación de la función objetivo: Esta se hace con los valores obtenidos en la población inicial y está sujeta a ciertas restricciones. Para la síntesis de mecanismos, la optimización usando algoritmos genéticos es presentada por Goldberg [20] de la siguiente forma:

Minimizar $f(x)$ Sujeto a $g_i(x) \leq 0$, $x \in R^n$. En donde $f(x)$ es la función objetivo, la cuál debe diseñar un eslabonamiento que correlaciones la entrada y la salida de modo tal que cuando la entrada se mueva a una distancia x , la salida se mueva $y = f(x)$ para un intervalo $x_0 \leq x \leq x_{n+1}$, donde $x_1 \dots x_n$ corresponden a los puntos de precisión, $g_i(x)$ es el sistema de desigualdad prematuro y $x \in R^n$ es el diseño de un vector variable valorado como real con n número de variables de diseño. Aplicada esta función a la síntesis de mecanismos para la generación de trayectorias se puede expresar como una cantidad apropiada de error que define la desviación de cada punto $P_c(x, y)$ del acoplador evaluado desde la precisión correspondiente a la posición deseada. El error es la diferencia entre la función generada (lo que el eslabonamiento realmente produce) y la función prescrita para cierto valor de la variable de entrada.

Después de la evaluación se obtienen los mejores individuos, y de esta serie de datos se realizará una selección.

Selección: Puede ser del tipo ruleta, determinísticos, selección por jerarquía, torneo, entre otros. Para este proyecto se utilizará la de ruleta o de muestreo universal estocástico, el cuál utiliza un único giro de la ruleta siendo los sectores circulares proporcionales a la función objetivo. Los individuos se seleccionan a partir de marcadores espaciados y con comienzo aleatorio (fig. 2).

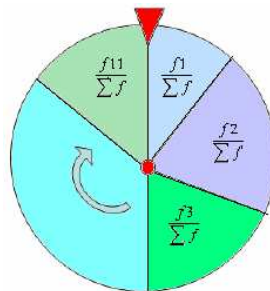


Fig. 2. Selección por ruleta.

La ecuación que representa la selección por ruleta es:

$$Sel\ ruleta = \frac{f_i}{\Sigma f} \quad (3)$$

Donde f es el valor de la función.

Cruzamiento: Ya que se tienen seleccionados los mejores individuos, el siguiente paso es hacer el cruce de estos individuos, que puede ser por un punto, dos puntos o uniforme. Para este problema, y después de algunas pruebas se concluye que el más adecuado es el uniforme[24].

Mutación: Es la que da una variación del valor de los genes en forma aleatoria, generalmente se da en valores muy pequeños, ya que no es tan significativo como el cruce.

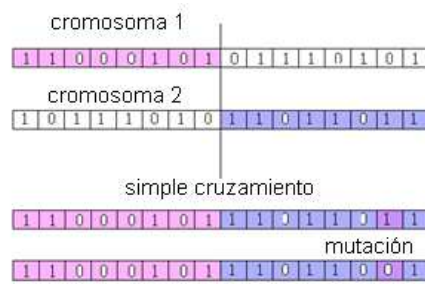


Fig.3. Cruzamiento y Mutación.

El cruzamiento y la mutación son representados por las ecuaciones:

$$Pc = 1 - (lgcr - 1) * rand \quad (4)$$

$$Pm = 1 - (1 - (lgcr - 1)) * Rand \quad (5)$$

Donde Pc es la probabilidad de cruce, Pm la probabilidad de mutación, $lgcr$, la longitud del cromosoma y $Rand$, es una serie de números aleatorios.

MÉTODOS ANALÍTICOS PARA SÍNTESIS DE MECANISMOS.

Para la síntesis de mecanismos planares existen una serie de condiciones que deben cumplirse, empezando por los grados de libertad, que son el número de parámetros independientes (medidas) que se necesitan para definir unívocamente su posición en el espacio en cualquier instante[25]. La ecuación de Kutzbach resuelve esta problemática:

$$m = 3(n - 1) - 2j_1 - j_2 \quad (6)$$

En donde:

m = Grados de libertad.

n = Número de eslabones.

j_1 = Numero de pares de un solo grado de libertad

j_2 = Número de pares con dos grados de libertad

Para el mecanismo de 4 barras, objeto de estudio en este trabajo, se tiene:

$$m = 3(4 - 1) - 2(2) - 0 = 1$$

En la síntesis de mecanismos la Ley de Grashof también es utilizada porque afirma que para un eslabonamiento plano de cuatro barras, la suma de las longitudes más corta y más larga de los eslabones ($l+s$), no puede ser mayor que la suma de las longitudes de los eslabones restantes ($p+q$), es decir $l + s \leq p + q$, si se desea que exista una rotación relativa continua entre dos elementos (fig. 4):

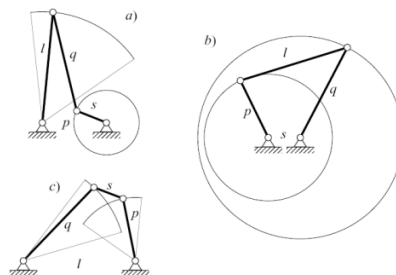


Fig. 4. Tres inversiones del cuadrilátero de Grashof

Generación de la trayectoria.

La generación de la trayectoria[26] es en la que un punto del acoplador debe seguir una trayectoria que tenga una forma prescrita. Las necesidades comunes son que una porción de la trayectoria sea un arco circular, elíptico o una recta, para conseguir cubrir esta necesidad se requiere tener una buena síntesis dimensional ya que con ella determinamos las dimensiones significativas y la posición inicial del mecanismo. Los puntos de precisión son prescritos para ubicaciones sucesivas del eslabón de salida en el plano. Para el mecanismo de 4 barras se pueden sintetizar hasta 5 puntos de posición para la generación de trayectoria. Un ejemplo de aplicaciones es el mostrado a partir de la fig. 5.

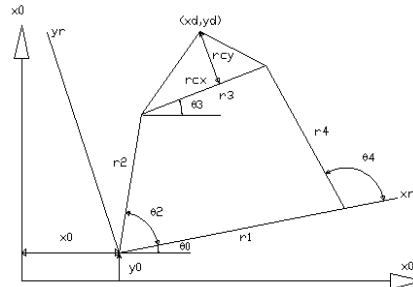


Fig. 5. Mecanismos de 4 barras para generación de trayectoria cerrada.

Se inicia estableciendo las ecuaciones de Freudenstein para la cadena cinemática abierta:

$$C_x = x_0 + r_2 \cos(\theta_2) + r_{cx} \cos\theta_3 - r_{cy} \sin\theta_3 \quad (7)$$

$$C_y = y_0 + r_2 \sin(\theta_2) + r_{cx} \sin\theta_3 + r_{cy} \cos\theta_3 \quad (8)$$

Para tener los valores deseados, debido a la cantidad de variables, se establece un sistema coordenado en *OXY*, teniendo:

$$\begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_0 & -\sin\theta_0 \\ \sin\theta_0 & \cos\theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{cx} \\ r_{cy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Por lo tanto al hacer las operaciones se obtienen las ecuaciones para encontrar los puntos X_d y Y_d deseados.

$$X_d = r_{cx} \cos\theta_0 - r_{cy} \sin\theta_0 + x_0 \quad (10)$$

$$Y_d = r_{cx} \sin\theta_0 + r_{cy} \cos\theta_0 + y_0 \quad (11)$$

Pero siguen existiendo incógnitas como son los ángulos θ_3 y θ_4 , los cuales pueden ser calculados por números complejos, asumiendo que el valor del ángulo θ_2 es conocido. Para tener el valor de θ_4 se tiene la ecuación de lazo cerrado:

$$r_2 + r_3 - r_4 - r_1 = 0 \quad (12)$$

Resolviendo la ecuación para la barra r_3 :

$$r_3 = (r_1 + r_4 - r_2) \quad (13)$$

Aplicando números complejos conjugados y la formula de Euler se tiene la siguiente expresión:

$$r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - 2r_1 r_4 \cos\theta_2 + 2r_1 r_4 \cos\theta_4 - 2r_2 r_4 \cos(\theta_4 - \theta_2) \quad (14)$$

Expandiendo la ecuación e igualando a cero:

$$r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - 2r_1 r_4 \cos\theta_2 + 2r_1 r_4 \cos\theta_4 - 2r_2 r_4 \cos(\theta_4 - \theta_2) - r_3^2 = 0 \quad (15)$$

Para efectos de cálculo se reescribe la ecuación y asignan variables:

$$A_4 = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - r_3^2 - 2r_1 r_2 \cos\theta_2 - 2r_4 (r_1 - r_2 \cos\theta_2) \quad (16)$$

$$B_4 = -4r_2 r_4 \sin\theta_2 \quad (17)$$

$$C_4 = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - r_3^2 - 2r_1 r_2 \cos\theta_2 + 2r_4 (r_1 - r_2 \cos\theta_2) \quad (18)$$

Por definición se sabe que:

$$t_4 = \frac{\tan \theta_4}{2} \quad (19)$$

$$t_4 = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4} \quad (20)$$

En este caso la raíz negativa corresponde a la configuración de la cadena abierta y los positivos a la cadena cerrada.

Por lo tanto al substituir la ec. 19 en la ec. 20 y despejar θ_4 se tiene:

$$\theta_4 = 2 \tan^{-1} t_4 \quad (21)$$

Para obtener θ_3 se hace un procedimiento similar, primero se obtiene la ecuación de lazo cerrado y se despeja la barra r_4 :

$$r_4 = r_2 + r_3 - r_1 \quad (22)$$

Aplicando números complejos conjugados y la formula de Euler e igualando a cero, se tiene la siguiente expresión:

$$r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - r_4^2 - 2r_1r_2\cos\theta_2 - 2r_3(r_1 - r_2\cos\theta_2)\cos\theta_3 + r_2r_3\sin\theta_2\sin\theta_3 = 0 \quad (23)$$

Para efectos de cálculo se reescribe la ecuación y asignan variables:

$$A_3 = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - r_4^2 - 2r_1r_2\cos\theta_2 + 2r_3(r_1 - r_2\cos\theta_2) \quad (24)$$

$$B_3 = 4r_2r_3\sin\theta_2 \quad (25)$$

$$C_3 = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - r_4^2 - 2r_1r_2\cos\theta_2 - 2r_3(r_1 - r_2\cos\theta_2) \quad (26)$$

Por definición se sabe que:

$$t_3 = \frac{\tan \theta_3}{2} \quad (27)$$

$$t_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3} \quad (28)$$

En este caso la raíz negativa corresponde a la configuración de la cadena abierta y los positivos a la cadena cerrada.

Por lo tanto al substituir la ec. 28 en la ec. 27 y despejar θ_3 se tiene:

$$\theta_3 = 2 \tan^{-1} t_3 \quad (29)$$

Para la precisión del sistema se crea el espaciamento de *Chebyshev*, que dice que para n puntos en el intervalo $x_0 \leq x \leq x_{n+1}$ es:

$$x_j = \frac{\frac{1}{2}(x_0 + x_{n+1}) - \frac{1}{2}(x_{n+1} - x_0)\cos\pi(2j-1)}{2n} \quad (30)$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

Donde x_j son los puntos de precisión.

MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN

La teoría de Burmester [2] muestra que existe un número infinito de configuraciones de mecanismos de 4 barras que pueden ser usados para pasar por los puntos específicos en una trayectoria, pero se necesita tener una función apropiada para la evaluación de estos. El problema de optimización es dado por [10]:

$$F(X) = (f_1(X), f_2(X), \dots, f_n(X)) \quad (31)$$

$$\text{Y está sujeta a } g_j(X) \leq 0 \quad j = 0, 1, 2, \dots, m$$

$$X_i \in [l_i, l_s] \quad \forall x_i \in X$$

En donde f es la función óptima y cada X es un valor individual obtenido, f_n son las funciones más aptas por las propiedades que muestran a los objetivos de los sistemas optimizados, g_j es la definición de la búsqueda del espacio y $[l_i, l_s]$ son los rangos de longitud definido por valores enteros o reales [27]. La función óptima debe ser la suma de la síntesis de la generación de trayectorias y la síntesis dimensional.

La primera se refiere a la posición del error que se presenta entre la trayectoria obtenida y la trayectoria deseada, y normalmente se representa como la suma de los cuadrados de la distancia Euclidiana entre cada C_d^i y el correspondiente C^i donde C_d^i es un conjunto de puntos específicos indicados por el diseñador [10], que en este caso son los puntos mostrados en la fig. 6, los cuales deben ser cubiertos por los acoplamientos o uniones de los mecanismos.

$$C_d^i = [C_{Xd}^i, C_{Yd}^i]^T \quad (32)$$

C^i es una serie de posiciones de los acoplamientos al ser diseñados los mecanismos de acuerdo a un conjunto de valores de los ángulos θ de entrada:

$$C^i = [C_x(\theta_2^i), C_y(\theta_2^i)]^T \quad (33)$$

Resumiendo, la primer parte de la función óptima es:

$$\sum_i^N [(C_{Xd}^i - C_x^i)^2 + (C_{Yd}^i - C_y^i)^2] \quad (34)$$

En donde N es el número de puntos a ser sintetizados.

Para obtener los valores de C_{Xd}, C_{Yd}, C_x y C_y se aplica la función obtenida en las ec. 10 y 11. La segunda parte de esta función se encarga de la síntesis dimensional o las condiciones impuestas por los mecanismos, las cuales son:

1. Condiciones de Grashof, que cumplen lo siguiente [8].
2. La secuencia de los ángulos de entrada.
3. El rango para el diseño de las variables.
4. El rango de variación para la entrada de los ángulos.
5. La relación entre el aumento en la entrada de un ángulo y la posición adyacente del punto de acoplamiento.

Al plantear la ecuación, tomando como base las restricciones impuestas, la ecuación resultante es:

$$\sum_{i=1}^N [(C_{Xd}^i(X) - C_x^i(X))^2 + (C_{Yd}^i(X) - C_y^i(X))^2] \quad (35)$$

$$x_i \in [l_i, l_s] \quad \forall x_i \in X \quad (36)$$

En donde $X = r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, \theta_0, x_1, y_1, x_2, y_2$ y los ángulos $\theta_2^1, \theta_2^2, \dots, \theta_2^N$ son el valor de la variable del ángulo θ_2 que es la posición, las variables i, j son el resto del cociente. Finalmente la función objetivo, agregando una función de ajuste, queda:

$$\sum_{i=1}^N \left[(C_{Xd}^i(X) - C_X^i(X))^2 + (C_{Yd}^i(X) - C_Y^i(X))^2 \right] + M_1 h_1(X) + M_2 h_2(X) \quad (37)$$

En donde las h son las condiciones de Grashof, es decir si se cumple $r_2 + r_3 \leq r_1 + r_4$, $h1=0$ y en caso de que el eslabón r_2 no sea el más corto toma el valor de 1; h_2 toma el valor de cero si la secuencia de los ángulos es $\theta_1^1 < \theta_1^2 < \theta_1^3 < \theta_1^4 < \theta_1^5 < \theta_1^6$. Y si no entonces $h2=1$, M_1 determina si el mecanismo puede dar un giro completo y M_2 comprueba que el mecanismo realice un ciclo en un solo sentido cuando pasa por cada uno de los puntos deseados, M_1 y M_2 son constantes para valores altos que penalizan la función objetivo cuando se presentan situaciones forzadas.

Caso I:

Como primer paso se determinaron los puntos deseados, en este caso, se tomo como base el ejercicio desarrollado por [10].

Los puntos deseados de acuerdo al ejemplo tomado como base son:

$Xd=$	[0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0.005 0.0010 0.0 0.0 0.03 0.1 0.15 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.6]
$Yd=$	[1.1 1.1 1.1 1.0 0.9 0.75 0.6 0.5 0.4 0.3 0.25 0.25 0.3 0.4 0.5 0.7 0.9 1.0]

Limites de las variables: $r1, r2, r3, r4 \in [0, 50]$;
 $x1, y1, x2, y2 \in [-50, 50]$; $\theta0, \theta3, \theta4 = 0$ a 360° ; $\theta_i = \theta_1^i + \theta_2^i + \dots + \theta_N^i$ Donde $i = 1 \dots 17$

- Parámetros para el algoritmo:

Número de población=100, Probabilidad de cruce=0.9, Probabilidad de mutación=0.1, Número de iteraciones:

Valores numéricos obtenidos por Métodos Analíticos:

$X0$	0.666242997402524	$r4$	0.099315568568697
$Y0$	0.666242997399081	$X2$	0.245963924292837
$r1$	0.245963924253319	$r3$	4.03273780984221e-011
$r2$	0.0993155685770802	rcx	0.374359472263638
Cx	[0.464779798933606 0.401941544398569 0.303639912998085 0.204327003819123 0.335349727994088 0.654914019601335 0.695306272345558 0.504574278231935 0.32542193881695 0.327780410738953 0.451822068342733 0.50707719496476 0.378593194025089 0.302675132269536 0.470173583472926 0.560741074090345 0.579543534430454 0.588108239451372]		
Cy	[0.997858867736665 1.10730747419417 1.11237833123802 1.02791962711737 0.218670695623634 0.434542706791847 0.815038427633104 1.03876079386701 1.04327807365616 0.941619550670219 0.900101242794314 0.989726998778532 1.11618782914696 0.391480268995382 0.458417708833504 0.728361534686313 0.87811948914607 0.987136425787918]		
$\theta2$	[2.558625 42.558625 62.558625 82.558625 102.558625 122.558625 142.558625 162.558625 182.558625 202.558625 222.558625 242.558625 262.558625 282.558625 302.558625 322.558625 342.558625 2.558625]		
$\theta3$	[1.23874455069441 1.31110322387996 1.28480233665413 1.41703885767158 .23820099448682 -0.451885874600881 0.300347424305521 0.818153018150216 1.1024552616682 .13627277704813 1.07474958805378 1.12107222554344 1.35537770211733 -1.26655225393611 -0.534933404255829 0.436839390991283 0.819021457363259 0.824634752845728]		

error = 83.80492078733141e-007

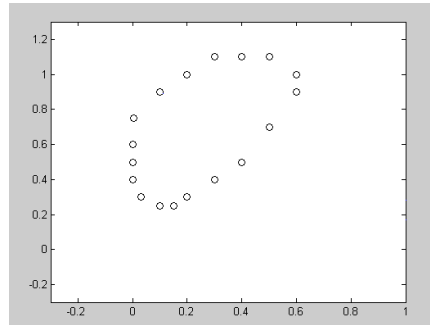


Fig. 7 Resultado por el método analítico casol.

Es importante mencionar que en este ejercicio se proporcionaron los valores para el ángulo θ_2 , de acuerdo a los obtenidos por [10]. Para el cálculo se utilizaron las ecuaciones de Freudenstein y el Jacobiano junto con el método de Newton Raphson para encontrar las incógnitas.

Valores numéricos obtenidos utilizando la herramienta de los algoritmos genéticos son:

$x1= 1.035051694$	$r2=0.29410741$	$rcx=0.77200452$	$\theta_0 = 4.354224$
$y1=0.955785650$	$r3=1.14590376$	$Rcy=0.4943359$	$\theta_4=119.430436701572$
$r1=1.803239527$	$r4=2.138209$	$\theta_2=2.558625$	$\theta_3=7.90328925499496$
Tiempo :24	Generación: 824		

Error= 0.0027145851335

Como condiciones iniciales en el programa se dieron:

Número de población=200, Probabilidad de cruce=0.8, Probabilidad de mutación=0.1 Precisión =6

Paro= 1000 iteraciones.

El código utilizado se maneja en valores binarios. El tipo de cruce es multipuntos y se maneja la selección elitista. Para la mejor convergencia del programa se utilizó la penalización

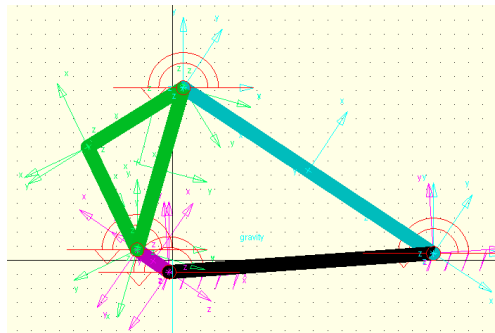


Fig. 8 Mecanismo de 4 barras dibujado en el programa ADAMS © con los valores obtenidos en el programa Matlab® para sintetizar el mecanismo con algoritmos genéticos.

Los valores obtenidos fueron comparados con los obtenidos por el autor Cabrera [10] y se encontraron algunas diferencias en cuanto al tiempo de convergencia, el algoritmo empleado para hacer este trabajo emplea la regeneración de la población, así como el multicruce. Se presentaron problemas para la convergencia, lo que provocó el utilizar la regeneración.

Caso II

Este trabajo se está realizando para cubrir la trayectoria del movimiento de la rodilla, y sobre esta se dibujo en el programa WATT (fig. 10) la más parecida, tomada del artículo de [28], de donde se obtuvieron los puntos para trazar la trayectoria (fig. 9), y estos son:

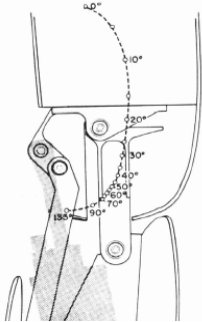


Fig. 9 Arreglo de barras del centro instantáneo e UC-BL para una rodilla policéntrica de 4 barras [28].

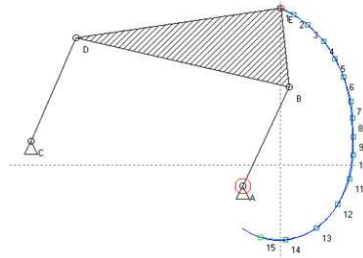


Fig. 10 Trayectoria para generar el movimiento de una rodilla por el programa WATT®.

Los Puntos deseados son:

<i>xd</i>	<i>[-0.66 35.19 73.04 116.86 146.74 170.64 190.56 194.54 196.54 196.54 186.58 154.71 96.94 15.27 -60.79]</i>
<i>yd</i>	<i>[429.36 411.43 385.53 339.72 291.91 242.11 174.39 128.57 78.78 28.98 -36.75 -106.47 -172.20 -202.08 -195.01]</i>

Valores numéricos obtenidos por Métodos Analíticos:

<i>X0</i>	106.803400629822	<i>r4</i>	6.56747427905286
<i>Y0</i>	106.803400629822	<i>X2</i>	134.392134368631
<i>r1</i>	134.392134368631	<i>r3</i>	3.76082206750121e-014
<i>r2</i>	6.56747427905248	<i>rcx</i>	341.785694023331
<i>Cx</i>	<i>[5.12975719431836 33.3694521059203 73.5103086034179 116.409116016123 145.818514961072 174.808995942223 204.816054908453 212.300574338999 204.425556571114 191.925503428083 176.016213478689 145.341995936732 86.394103839722 12.7206835366175 -54.4716127742282]</i>		
<i>Cy</i>	<i>[418.164720271703 408.026153517653 386.15706318578 339.317808897155 291.310649610646 244.042610832841 177.561571453643 129.563034815412 77.9609488937913 30.0665538698165 -32.2521868181257 -99.6756644915061 -159.090393110868 -196.630217092424 -219.741040495467]</i>		
<i>θ2</i>	<i>[0 0.174532925199433 0.349065850398866 0.523598775598299 0.698131700797732 0.872664625997165 1.0471975511966 1.22173047639603 1.39626340159546 1.5707963267949 1.74532925199433 1.91986217719376 2.0943951023932 2.26892802759263 2.35619449019234]</i>		
<i>θ3</i>	<i>[1.19093345105665 1.07965881064166 0.927283772661657 0.728380787314913 0.576668962464244 0.434079164917172 0.218906850273709 0.0558541592747337 -0.103496132484157 -0.231252873598598 -0.402528256601713 -0.627485370168089 -0.893353740066149 -1.13325276195021 -1.32066287022625]</i>		

error = 3.01750446851656e-007

Resultados obtenidos con Algoritmos Genéticos.

<i>x1</i> = 106.803400629822	<i>r2</i> =6.56747427905248	<i>rcx</i> = 341.785694023331	<i>θ0</i> = 14.1766494404089700
<i>y1</i> =106.803400629822	<i>r3</i> =3.76082206750121	<i>rcy</i> = 75.1048217531473200	<i>θ4</i> =41.9132161357632
<i>r1</i> =134.392134368631	<i>r4</i> =6.56747427905286	<i>θ2</i> =0.174532925199433	<i>θ3</i> =-51.0277278563642
<i>Tiempo</i> :14	<i>Generación</i> : 248		

Error= 0.048167306328

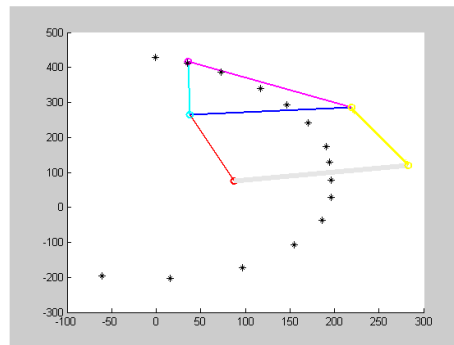


Fig. 7 Resultado por el método analítico, caso II

Para obtener los resultados del caso numérico se utilizaron los valores obtenidos por los algoritmos genéticos ya que se están iniciando las pruebas para este tipo de mecanismos.

CONCLUSIONES.

En la información consultada se encontraron diversos métodos para resolver la síntesis de mecanismos, pero el más práctico fue utilizar las ecuaciones de Feudenstein, Chebyshev, El Jacobiano y el Método de Newton Raphson para localizar las variables, como fueron el tamaño de las barras, y el método por números complejos para encontrar los ángulos que deben tener las barras para alcanzar los valores objetivos. Fue necesario implementar estas ecuaciones en el programa de búsqueda de algoritmos genéticos, ya que el algoritmo necesita tener una función objetivo, y esta fue generada a partir de las ecuaciones de Feudenstein, combinando los puntos deseados y una penalización para poder encontrar el error mínimo de posición. El programa Watt fue de gran ayuda para ilustrar la trayectoria y obtener el valor de los puntos deseados para el segundo caso, y el programa ADAMS sirvió para corroborar de acuerdo a los valores obtenidos con el programa MATLAB y para posteriormente determinar aceleración, velocidad, material de las barras y poder calcular fuerzas aplicadas a este mecanismo, las dimensiones y los ángulos del arreglo de las barras.

AGRADECIMIENTOS.

Los autores agradecen al CONACYT, proyecto 2005/49701 y al IPN, proyecto SIP-20082296, los medios para la realización de esta investigación.

REFERENCIAS.

- [1] Erdman, A.G. & G.N. Sandor, *Diseño de mecanismos, análisis y síntesis*. 3 ed. 1998, México: Prentice Hall- Pearson. 111-113.
- [2] Roston, G.P. & R.H. Sturges, *Genetic Algorithm Synthesis of Four-bar Mechanisms*. Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing, 1996. **10**: p. 371-390.
- [3] Feudenstein, F., *An analytical approach to the design of four link mechanism*. Transactions of the ASME 76, 1954: p. 483-492.
- [4] Hartenberg, R.S. & J. Denavit, *Kinematic Synthesis of Linkages*. 1964, USA: Mc. Graw Hill.
- [5] Suh, C.H. & C.W. Radcliffe, *Synthesis of plane linkages with use of displacement matrix*. Journal of Engineering for Industry, Transactions of ASME 89B, 1967: p. 206-214.
- [6] Levitskii, N.L. & K.K. Shakvazian, *Synthesis of four element spatial mechanisms with lower pairs*. International Journal of Mechanical Sciences 2, 1960: p. 76-92.
- [7] Tzong-Mou Wu a & Cha'o-Kuang Chen, *Mathematical model and its simulation of exactly mechanism synthesis with adjustable link*. Applied Mathematics and Computation, 2005. **160**: p. 309-316.
- [8] Mallik, A.K., A. Ghosh & D. G., *Kinematic Analysis and Synthesis of Mechanisms*. CRC Press, 1994.
- [9] Sancibrian, R., *et al.*, *Gradient-based optimization of path synthesis problems in planar mechanisms*. Mechanism and machine theory, 2004. **39**: p. 839-856.

- [10] Cabrera, J.A., A. Simon&M. Prado, *Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms*. Mechanism and machine theory, 2002. **37 No10**: p. 1165-1177
- [11] Fabio-Quintero, H., G. Calle-Trujillo&D.-A. A., *Síntesis de generación de trayectorias y de movimiento para múltiples posiciones en mecanismos, utilizando algoritmos genéticos.*, in *Scientia et Technica*. 2004.
- [12] Laribi, M.A., et al., *A combined genetic algorithm - fuzzy logic method (GA - FL) in mechanism synthesis*. Mechanism and machine theory, 2004. **39**: p. 717 - 725.
- [13] Michalewicz, Z., *Genetic Algorithms + Data Structure = Evolution Programs*. tercera ed. 1999, Nueva York: Springer. 387.
- [14] Quintero-R, H.F., C.-T. G.&D.-A. A., *Síntesis de generación de trayectorias y de movimiento para múltiples posiciones en mecanismos, utilizando algoritmos genéticos.*, Scientia et Technica, 2004. **25**: p. 131- 136.
- [15] West, K., *Mechanical design using genetic algorithms*, in *Mechanical Engineering* 2001, Alberta: Canada. p. 33-48.
- [16] Vasiliu, A. & B. Yannou, *Dimensional synthesis of planar mechanisms using neural networks: application to path generator linkages*. Mechanism and Machine Theory 2001. **36**: p. 299-310.
- [17] Kalnas, R. & S. Kota, *Incorporating Uncertainty into Mechanism Synthesis*. Mechanism and machine theory (Mech. mach. theory), 2001. **36 No.3**: p. 843-851.
- [18] R.-Bulatovic, R. & S. R. Djordjevic (2004) *Optimal Synthesis of a Four-Bar Linkage by Method of Controlled Deviation*. **31, No.3-4**, 265-280
- [19] Hincapié-Isaza, R.A., C.A. Ríos-Porras&R.A. Gallego-R, *Técnicas heurísticas aplicadas al problema del cartero viajante (TSP)*. SCIENTIA ET TECHNICA N° 24, 2004.
- [20] Goldberg, D.E., *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. 1989, USA: Addison - Wesley.
- [21] Buckles, B. P. y Petry&E. Frederick, "*Genetic Algorithms*". IEEE Computer Society Press, 1992: p. 109.
- [22] Merchán-Cruz, E.A., *Soft-computing techniques in the trajectory planning of robot manipulators sharing a common workspace.*, in *Automatic Control and Systems Engineering*. 2005, Sheffield: Reino Unido. p. 204.
- [23] Wright, A.H., *Genetic Algorithms for Real Parameter Optimization.*, Proceedings of First workshop on the Foundations of Genetic Algorithms and Classifier Systems, 1990: p. 205-218.
- [24] Coello-Coello, C.A., *Introducción a la Computación Evolutiva*, in *Departamento de Computación, CINVESTAV-IPN*, Editor. 2007: México D.F.
- [25] Shigley, J.E., *Teoría de Máquinas y Mecanismos*. 1988, México: Mc. Graw Hill. 612.
- [26] G.-Erdman, A. & G. N.-Sandor, *Diseño de Mecanismos. Análisis y Síntesis*. Vol. tercera edición. 1998, México: Prentice Hall.
- [27] Holland, J.H., *Adaptation in natural and artificial system*. Ann Arbor, The University of Michigan Press, 1975.
- [28] Radcliffe, C., *The knud Jansen lecture:above-knee mechanisms: kinematics, alignment and prescription criteria*. 1977, Prosthetic and orthetic practice. p. 1:3:146-60.