

ANÁLISIS DEL EFECTO DE LA VARIACIÓN DE LA MASA EN UN AMORTIGUADOR EÓLICO

Abraham Olivares Arriaga, J. Jesús Razo García, José Colin Venegas
Facultad de Ingeniería Mecánica, Eléctrica y Electrónica, Universidad Autónoma de Guanajuato,
Carretera Salamanca-Valle de Santiago km. 3.5 + 1.8 km. Comunidad de Palo Blanco,
Salamanca, Guanajuato, México. Tel. 464-6479940. Fax 2311
abraoliaga@hotmail.com, jrazog@yahoo.com.mx, colin@salamanca.ugto.mx

RESUMEN

Se presenta un trabajo para establecer un modelo matemático y experimental para estudiar el efecto que tienen los cambios en los parámetros de masa, longitud del cable, etc., en el coeficiente de amortiguación de un amortiguador eólico tipo "stockbridge", utilizado para atenuar la vibración en los conductores eléctricos de alta tensión. Los efectos de la variación sobre el coeficiente de amortiguación se analizaron en base a un diseño de experimentos del tipo 2^3 con dos muestras y luego ampliándolo con puntos intermedios.

Palabras claves: Amortiguador "stockbridge", Modelo de dos grados de libertad, diseño de experimentos, coeficiente de amortiguamiento adimensional.

ABSTRACT

This paper exposes a work to establish a mathematical and experimental model to study the impact of changes in the parameters of mass, length of cable, etc., in the damping coefficient of a "Stockbridge" eolic damper, used to attenuate the vibration in the high-voltage electric conductors. The effects of variation on the damping coefficient were analyzed based on a design of experiments of the type 2^3 with two samples and then extending it with intermediate points.

Keywords: "Stockbridge" damper, two degrees of freedom model, design of experiments, adimensional damping coefficient.

NOMENCLATURA

E_c	Módulo de elasticidad del cable
G	Distancia entre el centro de masa y el extremo del cable
h	Coefficiente de amortiguamiento histerético
I_c	Momento de inercia de la sección transversal del cable
J_1	Nivel bajo del momento de inercia $J = 0.0091 \text{ kg m}^2$
J_2	Nivel intermedio del momento de inercia $J = 0.0013 \text{ kg m}^2$
J_3	Nivel alto del momento de inercia $J = 0.00169 \text{ kg m}^2$
J_a	Momento de inercia del peso alrededor del punto O'
J_c	Momento de inercia de la masa
J_o	Momento de inercia del peso alrededor del punto O
k	Rigidez del cable
k_{xx}	Fuerza aplicada a O' a lo largo del eje x_a para obtener un desplazamiento vertical x_a con $\Phi_a = 0$
$k_{\phi x}$	Torque aplicado para obtener un desplazamiento vertical x_a con $\Phi_a = 0$
$k_{x\phi}$	Fuerza aplicada a O' a lo largo del eje x_a para obtener una rotación Φ_a con $x_a = 0$
$k_{\phi\phi}$	Torque aplicado para obtener una rotación Φ_a con $x_a = 0$
L	Longitud del cable
M	Masa del peso
M_1	Nivel bajo de la masa $m = 2.8 \text{ kg}$
M_2	Nivel intermedio de la masa $m = 3.5 \text{ kg}$
M_3	Nivel alto de la masa $m = 4.2 \text{ kg}$
U_a	Amplitud del desplazamiento de la grapa
x	Desplazamiento del amortiguador en el centro de gravedad de la masa
x_a	Desplazamiento en el punto de suspensión de la masa con el cable
X	Amplitud del desplazamiento

Caracteres griegos

μ	Coefficiente de amortiguamiento adimensional, media global
φ	Rotación angular del peso
φ_a	Rotación angular del peso
Φ	Amplitud de la rotación
ω_1	Primera frecuencia natural angular
ω_2	Segunda frecuencia natural angular
Ω	Frecuencia de excitación

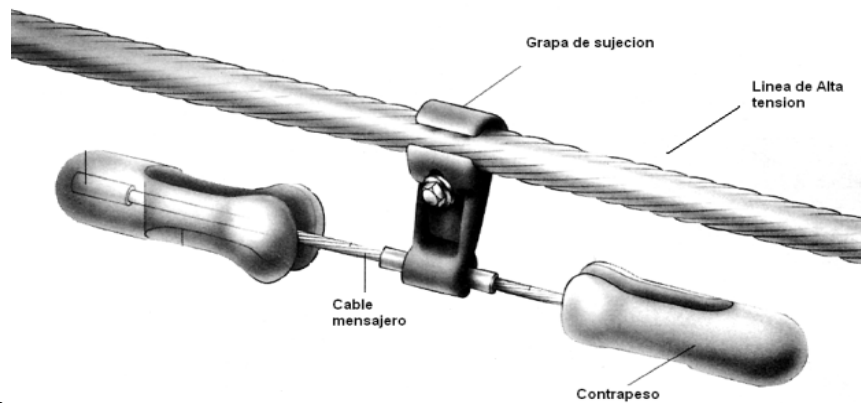
INTRODUCCIÓN

El amortiguador tipo “Stockbridge”, es ampliamente utilizado en México para la prevención de falla por fatiga de los cables conductores eléctricos. Principalmente estos dispositivos son producto de importación (Fargo, Salvi, etc.) por lo que sus características mecánicas ya se encuentran caracterizadas por cada fabricante y son ellos los que recomiendan su correcta ubicación. En México hay escasos fabricantes entre los cuales se encuentran (Famedu, Mijsa, entre otros) que fabrican sus dispositivos bajo un criterio de prueba y error.

Las características de los cables utilizados en la fabricación de los amortiguadores importados son por lo general muy diferentes a las características de los cables que se fabrican en el país, factibles de ser utilizados en el diseño y fabricación de amortiguadores nacionales. Por lo que, en este trabajo se hace el estudio de un amortiguador nacional y realizan cambios deliberados de la masa, inercia y rigidez (un cable existente en el país y de fabricación nacional) investigando su comportamiento dinámico. El propósito fundamental es ver cómo afectan estos cambios en la rigidez y amortiguamiento del cable con la finalidad de obtener un amortiguador eficiente.

Descripción Física de los amortiguadores eólicos “Tipo Stockbridge”

Un amortiguador tipo “Stockbridge” consiste en un cable corto trenzado de acero con dos masas de material fundido en cada extremo del cable (hierro, zamak III, etc.) y una grapa de aluminio fundido al centro para sujetarse al cable



conductor como se muestra en la

Figura 1. La eficiencia del amortiguador depende de las características mecánicas: masa, momento de inercia, rigidez, amortiguamiento del cable, entre otras. La energía se disipa por medio de calor principalmente, el cual se genera por la fricción en los cables. Los amortiguadores existentes en el mercado tienen diferentes características que dependen de las condiciones de los cables de alta tensión (longitud, diámetro, etc.) los rangos de las masas están entre 2.2 kg y 12 kg y el rango de la longitud del cable es de 41 a 77 cm (longitud de masa a masa).

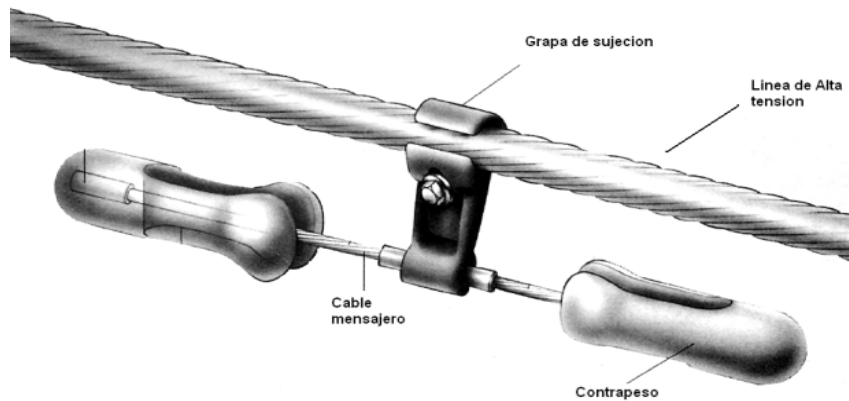


Figura 1. Amortiguador tipo "Stockbridge".

Modelo matemático de dos grados de libertad de los amortiguadores eólicos "Tipo Stockbridge"

Para encontrar la respuesta de un amortiguador cuando es sometido a una excitación armónica en la grapa [1], se utilizó un modelo discreto de dos grados de libertad despreciando la masa del cable ya que este peso es muy pequeño con respecto a las masas de los pesos.

El modelo propuesto está compuesto por dos pesos opuestos e idénticos, ya que el comportamiento del amortiguador es el mismo para los dos extremos se, puede considerar para su estudio un sistema como un solo extremo en cantiliver, como se muestra en la

Figura 2.

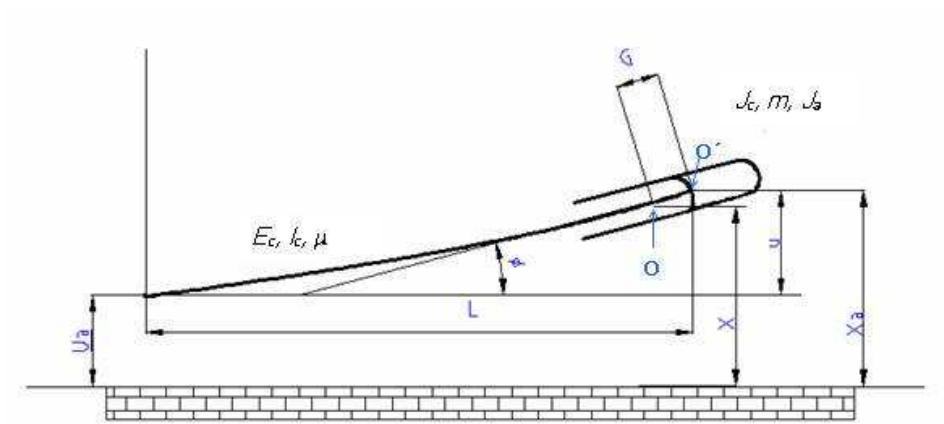


Figura 2. Diagrama Cinemático del Modelo de Dos Grados de Libertad.

En la

Figura 2, **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** U_a representa el desplazamiento armónico de la grapa, X el desplazamiento del amortiguador en el centro de gravedad de la masa (la masa se considera de densidad uniforme), X_a el desplazamiento en el punto de suspensión de la masa con el cable (O'), J_c es el momento de inercia de la masa con respecto a un eje que pasa por el punto O (centro de masa), J_a es el momento de inercia de la masa con respecto a un eje que pasa por el punto O' , E_c es el módulo de elasticidad del cable, I_c es el momento de inercia de la sección transversal del cable (suma de los momentos de inercia individuales de las áreas transversales de los alambres) y μ es el coeficiente adimensional de amortiguamiento. La ecuación de movimiento del amortiguador es:

$$\begin{bmatrix} m & -mG \\ -mG & J_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_a \\ \ddot{\phi}_a \end{Bmatrix} + \frac{1}{\Omega} \begin{bmatrix} h_{xx} & -h_{x\phi} \\ -h_{\phi x} & h_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{\phi}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & -k_{x\phi} \\ -k_{\phi x} & k_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a \\ \phi_a \end{Bmatrix} = \frac{\dot{u}_a}{\Omega} \begin{Bmatrix} h_{xx} \\ -h_{\phi x} \end{Bmatrix} + u_a \begin{Bmatrix} k_{xx} \\ -k_{\phi x} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

donde:

$$k_{xx} = 4k \quad k_{x\phi} = 2kL \quad k_{\phi x} = 2kL \quad k_{\phi\phi} = \frac{4kL^2}{3} \quad h_{xx} = 4h \quad h_{x\phi} = 2hL \quad h_{\phi x} = 2hL \quad h_{\phi\phi} = \frac{4hL^2}{3}$$

con

$$k = \frac{3E_c J_c}{L^3} \quad y \quad h = \frac{C}{L^2}$$

y sus frecuencias naturales son:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{2k \left(\frac{1}{3} L^2 m + J_a - LGm \right) \mp \sqrt{\left(\frac{1}{3} L^2 m + J_a - LGm \right)^2 - \frac{1}{3} (L^2 m J_a - G^2 m^2)}}{m J_a - m^2 G^2} \quad (2)$$

Como se observa las frecuencias dependen de la masa, momento de inercia y longitud del cable principalmente.

DESARROLLO

Diseño de experimentos

Los parámetros que afectan el desempeño de un amortiguador eólico son:

1. Masa de los pesos suspendidos (M).
2. Distancia entre el centro de masa y el punto de sujeción (G).
3. Momento de inercia másico (J).
4. Longitud del cable mensajero (L).
5. Rigidez del cable mensajero (k).
6. Amortiguamiento adimensional del cable mensajero (μ).
7. Amplitud de excitación (U_a). (factor externo al amortiguador)
8. Tipo de sujeción entre el cable mensajero y los contrapesos.

Para la realización del diseño de experimentación se siguió la siguiente metodología.

A. Comprender el problema. Se requiere analizar los efectos que tienen los principales parámetros de un amortiguador eólico en el desempeño de éste. Se conoce un modelo matemático del sistema físico, el cual se utilizará para calcular la salida del experimento (factor adimensional de amortiguamiento), los factores principales que afectan al sistema y los rangos de los parámetros de los amortiguadores “stockbridge” y se cuenta con el equipo para medir los datos de salida.

B. Definir claramente el objetivo. El objetivo del diseño de experimentos, es analizar los efectos que la masa, momento de inercia y longitud del cable mensajero de un amortiguador “stockbridge”, producen en el comportamiento del coeficiente adimensional de amortiguamiento.

C. Definir las respuestas de interés. Con ayuda del modelo matemático se calculará el coeficiente adimensional de amortiguamiento. Dicho parámetro será la variable de salida del diseño de experimentos.

D. Identificar los factores y el dominio experimental de interés. La masa y el momento de inercia son factores que tienen gran influencia en la respuesta del amortiguador por lo tanto estos factores si se incluirán en el diseño de experimentos. Mediante un estudio de elemento finito, se encontró que el factor de la distancia “G” no tiene una participación significativa en el comportamiento de las frecuencias naturales del amortiguador. La variación de la longitud del cable mensajero es significativa, pues afecta directamente en las frecuencias naturales; además entre mayor sea la distancia del cable mayores serán los desplazamientos en los contrapesos debido a la reducción de la rigidez del cable. En resultados de investigaciones anteriores [2] se demostró que el coeficiente de

amortiguación adimensional, para una longitud constante si varía con respecto a la amplitud cuando este es sometido a amplitudes de vibración mayores a las que se presentan en el campo, sin embargo, en este trabajo, este factor bajo esas condiciones no será analizado. Por último, el tipo de sujeción no se considera por qué no se conocen los procesos de manufactura que se realizan para conseguir el acoplamiento del cable mensajero con los contrapesos.

En la

Tabla 1, se muestran los factores incluidos en el Diseño de Experimentos y sus niveles. El porcentaje del valor que se incrementó o disminuyó a cada factor fue el máximo valor posible para la construcción física de un dispositivo o probeta que permita realizar todas las combinaciones posibles entre los factores.

Tabla 1. Factores con sus niveles.

Factor	Valor Mínimo	Valor intermedio	Valor Máximo
Masa (kg)	2.8	3.5	4.2
Momento de Inercia (kg m ²)	0.0091	0.013	0.0169
Longitud (m)	0.19	0.225	0.26

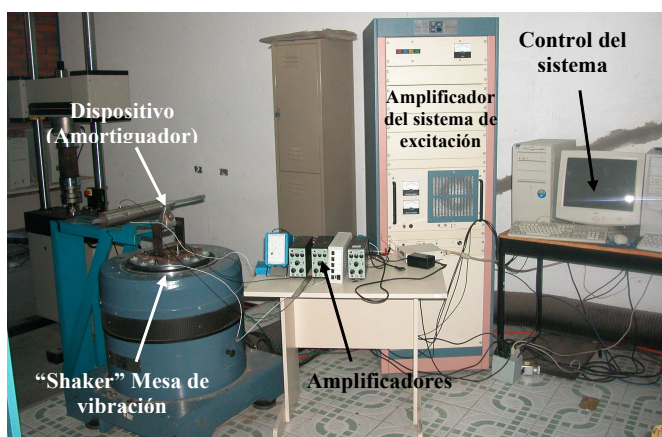
E. Plan de experimentación. Para este caso se propuso un diseño factorial 2^3 con puntos centrales para observar la no-linealidad del sistema. Los tratamientos del diseño serán totalmente aleatorios y las combinaciones y orden de éstos tratamientos se encontrarán con ayuda de un software de análisis estadístico. Para obtener las combinaciones o tratamientos que se requieren en un diseño de experimentos factorial, se fabricaron 9 probetas con las combinaciones de masa y momento de inercia.

Las condiciones que se tomaron para cada experimento fueron:

- Utilizar un cable al azar para cada experimento de una muestra de 10 cables.
- Realizar todos los experimentos con el mismo sistema de excitación y con el mismo sistema de medición.
- Cada vez que se realizaba un nuevo tratamiento se elegía un cable de la muestra al azar para ser montado y se montaba el contrapeso correspondiente al tratamiento.
- La medición de las variables de salida se realizó con ayuda del modelo matemático en base a los datos medidos experimentalmente.
- Para cada experimento se realizó una prueba denominada “barrido de frecuencias” a la amplitud normalizada tomando como frecuencia fundamental la obtenida por el modelo teórico.



Figura 3. Probetas para los tratamientos del diseño de experimentos.



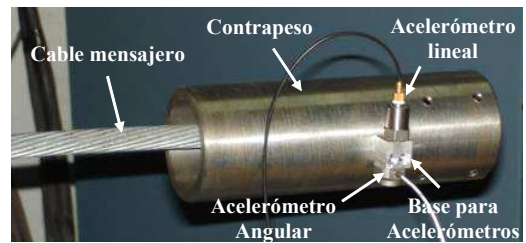


Figura 4. Detalle de los acelerómetros.

Figura 5. Conjunto total del sistema para las pruebas.

En las Figuras

Figura 4. Detalle de los acelerómetros.

Figura 5 y **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se muestra las fotografías del equipo utilizado para la realización de las pruebas y la forma del montaje de los acelerómetros para la medición de la vibración, respectivamente.

Resultados.

En los resultados obtenidos se observó que las frecuencias de resonancia teóricas eran menores a las encontradas experimentalmente por el analizador de vibraciones. Sin embargo, este fenómeno se reducía al aumentar la amplitud de desplazamiento de la excitación, por lo que se propuso una “longitud efectiva” que sin variar los demás parámetros hacia coincidir las frecuencias teóricas con las experimentales. Esta longitud se propuso en base a que el cable no es excitado con suficiente energía para “activar” su longitud total, en otras palabras, una parte del cable permanece como cuerpo rígido y solamente la “longitud efectiva” es la que trabaja como viga. Para apoyar esta suposición se realizó una prueba que consistió en variar la amplitud de excitación de 1.5 a 16mm y se graficó la frecuencia natural teórica contra la experimental, la masa utilizada para esta prueba fue la M2-J2 con una longitud de 26 cm.

En la Figura 6 se muestra el resultado de esta prueba, como se puede ver la frecuencia natural tiende a la teórica cuando la amplitud se incrementa, por lo tanto se puede concluir que al aumentar la amplitud se incrementa la energía de excitación y por ende una “longitud efectiva” igual a la del cable en el modelo analítico tiende a dar frecuencias similares a las experimentales.

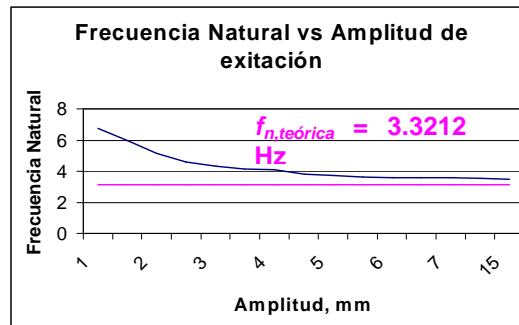


Figura 6. Gráfica de la primera frecuencia natural contra la amplitud de excitación.

En la Figura 7, se muestran las amplitudes lineales y angulares del centro de masa del contrapeso. El desplazamiento lineal se mide en metros y la amplitud angular en radianes. Las líneas continuas se obtuvieron a partir del modelo matemático con el ajuste de “longitud efectiva” y del coeficiente de amortiguamiento adimensional. Los puntos “+” son los datos experimentales para el desplazamiento lineal, y los puntos “o” son los datos de los desplazamientos angulares. Para el ajuste de las gráficas se consideró solo la primera frecuencia natural para ajustar la “longitud efectiva”, esto es, se disminuyó la longitud en el modelo hasta hacer coincidir la frecuencia natural del modelo con la experimental.

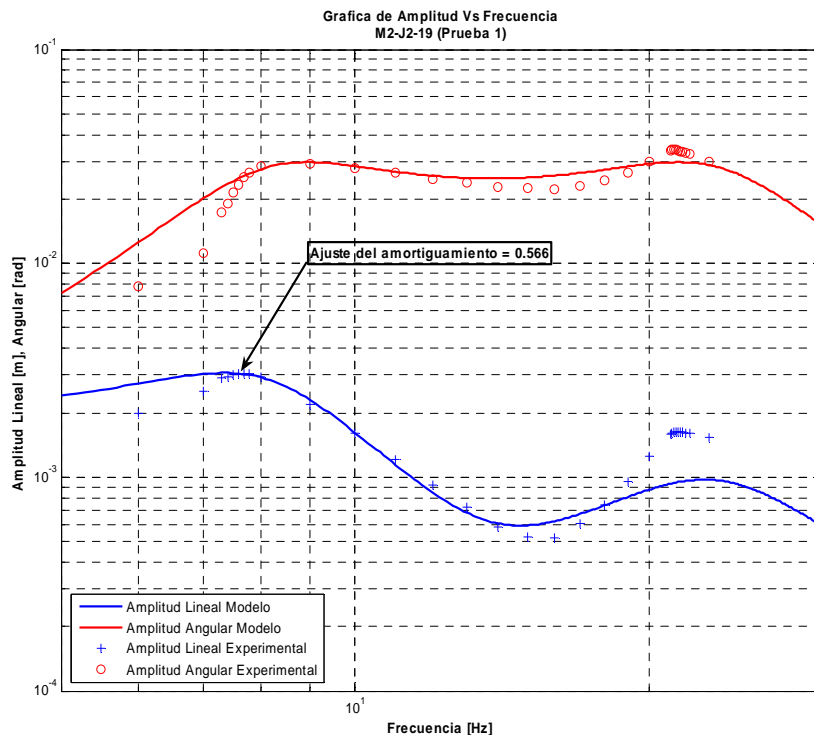


Figura 7. Gráfica de Desplazamiento Lineal y Angular contra Frecuencia (M1-J1-26cm).

En la Figura 8, se muestran los resultados de los tratamientos para el diseño 2³. En esta gráfica se observa que en general con una masa e inercia grande, por ejemplo para la combinación M3-J3, se tendrá un mayor coeficiente adimensional de amortiguamiento.

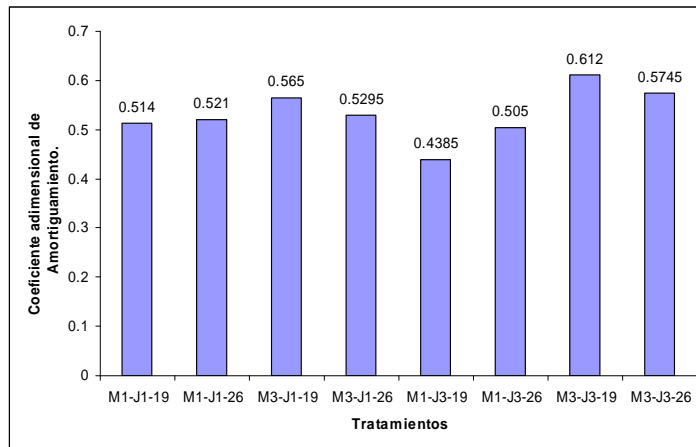


Figura 8. Resultados del experimento 23 para el coeficiente de amortiguación.

En cuanto a la variación de la longitud no se aprecia un comportamiento específico para el amortiguamiento, pues para una combinación de masa e inercia grande el coeficiente disminuye conforme aumenta la longitud mientras que para una combinación de masa e inercia pequeña el coeficiente aumenta conforme aumenta la longitud. En general para una masa mayor se obtendrá un coeficiente más grande. En base a estos resultados se espera que el coeficiente cambie con respecto a la masa e inercia.

Resultados en el software de análisis estadístico para el coeficiente de amortiguación.

Conocidos los resultados de los experimentos se calculan los efectos de los factores y así, sus interacciones. Las pruebas estadísticas permiten comprobar si los efectos calculados son significativos comparándolos con el error experimental. De la

Figura 9 se puede observar que el efecto de la masa sobre la respuesta de salida (coeficiente adimensional de amortiguamiento) es la más significativa, al aumentar la masa se incrementa el valor para el coeficiente. Para los otros dos factores el amortiguamiento permanece prácticamente constante.

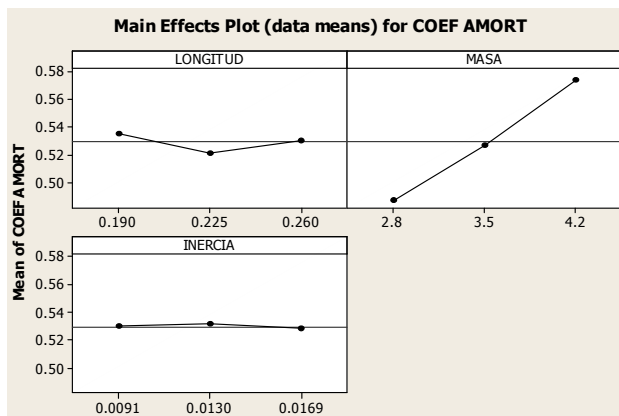


Figura 9. Resultados del experimento 23 para el coeficiente de amortiguación

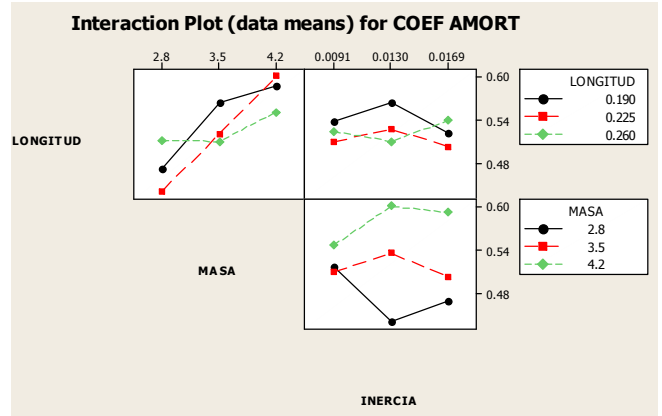


Figura 10. Efecto de las interacciones para el coeficiente de amortiguación con puntos centrales

En la Figura 10 se muestra las interacciones de los tratamientos. Como se puede observar se tiene interacción en las tres gráficas. Para la gráfica de longitud-masa, se observa que para una masa de 4.2 kg el coeficiente es mayor para las tres longitudes. Para la longitud de 26 cm se ve una interacción en el rango de 2.8 a 3.5 kg, no obstante el promedio del valor para la respuesta es menor en el nivel bajo de la masa que para su valor intermedio.

En la gráfica de longitud-inercia se observa que la variación del amortiguamiento es mínima. De esta gráfica para una longitud menor se tiene un coeficiente más grande independientemente del momento de inercia. Por último en la gráfica de masa-inercia se puede observar que en general al aumentar la masa el coeficiente de amortiguación aumenta, sin embargo, para una masa en el nivel alto se debe tener un momento de inercia en el máximo para obtener un coeficiente de amortiguación alto, por el contrario si se tiene una masa pequeña también se debe disminuir el momento de inercia para producir una respuesta grande.

Modelo de regresión.

Con ayuda del software de análisis estadístico se encontraron las ecuaciones de regresión para el coeficiente adimensional de amortiguamiento y para la longitud efectiva

$$\mu = 0.2846 + 1.8915L - 0.1232M - 43.314I - 0.773LM + 57.2344LI + 8.631MI \quad (3)$$

y

$$\text{Longitud Efectiva} = 0.0122 + 0.8032L - 0.0036M - 1.9098I - 0.0054LM - 11.0348LI + 1.1378MI \quad (4)$$

Al revisar los resultados obtenidos en el diseño del experimento se concluyó que la masa y la interacción entre la masa y el momento de inercia fueron los factores que afectaron significativamente a la variación del amortiguamiento. Con referencia al diseño de experimentos se debe rechazar la hipótesis nula por lo que se concluye que los factores de la masa y el momento de inercia producen una variación en el coeficiente adimensional de amortiguación.

CONCLUSIONES

En la presente investigación, se desarrolló un modelo teórico-experimental para encontrar el coeficiente de amortiguamiento adimensional de los cables. Para el modelo se utilizaron los datos obtenidos por la medición experimental, además de los datos conocidos de masa, longitud, módulo de elasticidad, etc.

El modelo teórico utilizado por Claren y Diana y que conduce a los resultados de simulación mostrados en la figura 7 muestran una buena concordancia entre resultados teóricos y experimentales por lo que se utilizó como parte esencial en esta investigación

En base a los resultados obtenidos el coeficiente de amortiguación para una masa e inercia constante es independiente de los cambios de longitud.

Para una misma masa si se cambia la inercia y la longitud del cable rotacional el coeficiente de amortiguación no cambia

Si se cambia la masa manteniendo los otros parámetros constantes si cambia el coeficiente de amortiguación. Sin embargo, es posible encontrar el valor del coeficiente con ayuda del modelo de regresión para el estudio de los amortiguadores.

Para verificar la no-linealidad supuesta en el diseño factorial 2^3 se optó por agregar puntos centrales al diseño de experimentos. Al revisar la variación que los efectos principales producen en el coeficiente de amortiguamiento se concluyó que el factor que más influye es la masa. Para las interacciones, como se había comprobado la interacción entre la masa y el momento de inercia fue el factor que más produjo variaciones en el coeficiente de amortiguamiento. En base a los resultados obtenidos por las gráficas de contorno se observa que una combinación que produciría un coeficiente de amortiguación mayor sería: la masa y la inercia en su máximo nivel y la longitud en su nivel bajo.

Son pocos los cables que se utilizan en México para fabricar amortiguadores que satisfagan las necesidades en el país por lo que se requiere una metodología similar para caracterizarlos y poder realizar curvas de diseño que es el paso siguiente a este proyecto.

En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, se muestra un resumen de los resultados obtenidos por el experimento.

RECONOCIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo brindado por el CONACYT, PAICYT y PAICYT, lo que ha hecho posible la realización del presente trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Roldolfo Claren and Giorgio Diana, "MATHEMATICAL ANALYSIS OF TRANSMISSION LINE VIBRATION", IEEE TRANSACTION ON POWER APPARATUS AND SYSTEMS, Vol. PAS-88, No.12, Diciembre 1969, PP. 1741-1771.
- [2] Colín V. J., PRUEBAS ACELERADAS EN AMORTIGUADORES DE VIBRACIÓN EÓLICA PARA LÍNEAS DE TRANSMISIÓN, Tesis doctoral, Universidad de Guanajuato. 1995.
- [3] Transmission Line Reference Book, Wind-Induced Vibration, Electric Power Research Institute, 1979.
- [4] S. L. Goyal y P.P. Garg, ANALYTICAL AND FIELD INVESTIGATIONS OF DYNAMIC BEHAVIOUR OF STOCKBRIDGE DAMPERS, Octubre 1977, PP. 447-457.
- [5] Himanshu Verma, THE STOCKBRIDGE DAMPER AS A CONTINUOUS HYSTERIC SYSTEM IN SINGLE OVERHEAD TRANSMISSION LINES, Thesis of Master of technology. Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology Bombay, INDIA 2002.
- [6] Douglas C. Montgomery, DISEÑO Y ANALISIS DE EXPERIMENTOS, Ed. Limusa S. A. de C. V., 2004, Segunda Edición.
- [7] Lara L. A., Díaz L.A., FUNDAMENTO ANALITICO EXPERIMENTAL DEL MÉTODO UTILIZADO POR EL LABORATORIO DE CFE EN LA EVALUACIÓN DE EFICIENCIA DE AMORTIGUADORES DE VIBRACIÓN PARA LÍNEAS AÉREAS, Tecnolab, pp 1-17. 1989.
- [8] Colín V. J., Lara L. A., Razo G. J. J., DISEÑO DE UN AMORTIGUADOR PARA LA LÍNEA 900, Facultad de Ingeniería Mecánica, Eléctrica y Electrónica de la UG. Reporte interno 1992.
- [9] Aguilera C. L. A., ANÁLISIS Y SIMULACIÓN PARA DETERMINAR LA EFICIENCIA DE AMORTIGUADORES EÓLICOS PARA ATENUACIÓN DE LA VIBRACION EN LÍNEAS DE TRANSMISION, Tesis Doctoral, Universidad de Guanajuato, pp 76-77,1995.
- [10] Navarro C. C. OPTIMIZACIÓN DE AMORTIGUADORES DEL TIPO STOCKBRIDGE, Tesis de Doctorado, Universidad de Guanajuato, 2000.
- [11] Olivares A. A., Ortega H. J. E., DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE BANCO PARA DETERMINAR LA RÍGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO DE CABLES DE ACERO, Tesis Licenciatura, Universidad de Guanajuato, 2005.
- [12] Rojas F. J. A. Influencia de los parametros del amortiguador eólico en la capacidad de ATENUACIÓN DE la vibracion, Tesis de Maestría, 2006.
- [13] D. J. Ewins, MODAL TESTING: THEORY END PRACTICE, Capítulo 3. Ed. John Wiley and Sons Inc. Reimpresión 1985.
- [14] Jimin He and Zhi-Fang Fu, MODAL ANALYSIS, Capítulo 7, Ed. Butterworth Heinemnn, 2001.

Tabla 2. Resultados obtenidos para el diseño de experimentos.

Tratamiento	Longitud real (m)	Longitud efectiva (m)	Frecuencia fundamental Teórica	Frecuencia fundamental Experimental	Coefficiente de Amortiguamiento
1 M1-J1-26	0.26	0.1912	3.8108	5.9029	0.491
2 M3-J3-19	0.19	0.1653	5.5345	6.6999	0.582
3 M1-J3-19	0.19	0.134	5.7756	8.4992	0.387
4 M1-J1-19	0.19	0.1437	5.9544	8.6061	0.486
5 M1-J1-26	0.26	0.196	3.8108	5.7036	0.551
6 M1-J3-26	0.26	0.1744	3.8107	6.4058	0.467
7 M1-J3-26	0.26	0.1893	3.8107	5.802	0.543
8 M3-J1-26	0.26	0.1999	3.1277	4.5994	0.522
9 M3-J3-19	0.19	0.1546	5.5345	7.3021	0.642
10 M3-J3-26	0.26	0.201	3.4702	5.1048	0.572
11 M3-J1-19	0.19	0.1515	4.9486	6.8025	0.54
12 M3-J1-19	0.19	0.155	4.9486	6.5924	0.59
13 M1-J3-19	0.19	0.1442	5.7756	7.9013	0.48
14 M2-J2-22	0.225	0.167	4.3639	6.604	0.528
15 M3-J1-26	0.26	0.2031	3.1277	4.4948	0.537
16 M1-J1-19	0.19	0.1493	5.9544	8.2017	0.542
17 M2-J2-22	0.225	0.171	4.3639	6.3999	0.542
18 M3-J3-26	0.26	0.2	3.4702	5.1419	0.577
19 M2-J2-19	0.19	0.1497	5.5455	7.6008	0.566
20 M2-J2-26	0.26	0.1962	3.5319	5.3031	0.511
21 M1-J2-22	0.225	0.1581	4.3573	6.8022	0.442
22 M3-J2-22	0.225	0.1761	4.1288	5.9057	0.602
23 M2-J1-22	0.225	0.1665	4.0875	6.2049	0.511
24 M2-J3-22	0.225	0.1646	4.5312	6.8946	0.504