

ANÁLISIS MODAL DE UN RODETE DE TURBINA FRANCIS

M. Flores, J. Kubiak, G. Urquiza, L. Castro
Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, CHICAp, Universidad Autónoma del Estado de Morelos,
Av. Universidad 1001, Col Chamilpa, C.P. 62210, Cuernavaca, Morelos, México.
Teléfono (777) 3297000, 3297084
miriam_flores@uaem.mx, janusz@uaem.mx, gurquiza@uaem.mx, lauralcg@gmail.com

RESUMEN

El presente trabajo describe el análisis modal de un rodete de turbina Francis usando el método de elemento finito (FEM). El análisis considera al rodete en aire y sumergido en agua. Las frecuencias naturales y formas modales en ambos casos han sido calculadas. En el caso del rodete en aire, los resultados numéricos fueron comparados con resultados experimentales. Para el caso del rodete sumergido en agua, se considera el fluido y la interacción de este con la estructura (FSI) para el análisis. Por último, se comparan las frecuencias naturales en ambos casos y se determina la reducción de las frecuencias por el efecto del agua.

ABSTRACT

The present work describes the modal analysis of the Francis Turbine runner using the finite element method (FEM). The analysis considered to the runner in air and to the runner submerged in water. The natural frequencies and mode shape in both cases have been calculated. In the case of the runner in air the numerical results were compared with experimental results. For the case of the runner submerged in water, the fluid and the interaction of this one by the structure (FSI) was considered. Finally, the natural frequencies are compared in both cases and the reduction of the frequencies for the water effect was determined.

NOMENCLATURA

M	Masa
C	Amortiguamiento
K	Rigidez
F	Carga aplicado
u	desplazamiento
P	Presión
c	velocidad del sonido en el medio fluido
U	desplazamiento de la estructura en la interfaz
ρ	densidad del fluido
f	Frecuencia
δ	Razón de reducción de frecuencias
Δ	Variación

INTRODUCCIÓN

Con el avance de la tecnología en turbinas hidráulicas, conducida por una demanda en el aumento de potencia en las unidades, se presenta una tendencia a incrementar la carga, la velocidad y las fuerzas en las maquinas induciendo posibles problemas de vibración que podrían afectar la integridad estas. La respuesta vibratoria de las turbinas durante el funcionamiento depende en gran parte de las propiedades dinámicas eficaces de los rodets.

Varios estudios se han realizado para comprender el comportamiento dinámico de las estructuras sumergidas en fluidos tales como aire y agua. Debido a que las condiciones de operación del rodete es sumergido en agua es importante conocer su comportamiento dinámico de esta estructura en ese fluido. Estudios anteriores [1, 2] han demostrado y validó la importancia de considerar el efecto del agua circundante para la predicción exacta de las características dinámicas.

Para una estructura con geometría compleja como un rodete de turbina hidráulica, los estudios se limitan a los análisis en aire. Tanaka [3] presenta un valor empírico de 0.2 para la relación de reducción de frecuencias en agua debido al efecto del fluido en el rodete sin explicar. Rodríguez [4] hace una investigación teórica y experimental del comportamiento dinámico de un modelo a escala de un rodete en aire y sumergido en agua considerando el efecto de la masa del fluido con algunas simplificaciones, obteniendo una relación de reducción de frecuencias naturales que varía de 0.1 a 0.39 dependiendo del modo.

En este trabajo se presenta un análisis numérico modal por FEM, utilizando el paquete comercial ANSYS, de un rodete de turbina Francis en aire y sumergido en agua. El análisis numérico en aire es comparado con los resultados experimentales. El análisis numérico del rodete sumergido en agua considera la interacción de la estructura y el fluido para obtener las frecuencias naturales y formas modales. Además, se obtiene la relación de reducción de frecuencias debido al agua que rodea al rodete.

ECUACIONES DE INTERACCIÓN FLUIDO-ESTRUCTURA (FSI)

Para tener en cuenta el efecto fluido que rodea a la estructura vibrante, el sistema tiene que ser tratado como un problema de interacción de estructura fluido en las consideraciones teóricas. En ese caso, la ecuación de dinámica estructural tiene que ser acoplada con las ecuaciones del fluido.

Se sabe bien que de la ecuación de la dinámica estructural discretizada puede formularse como sigue:

$$[M_s]\{\ddot{u}\} + [C_s]\{\dot{u}\} + [K_s]\{u\} = \{F_s\} \quad (1)$$

donde $[M_s]$ es la matriz de masa estructural; $[C_s]$, la matriz de amortiguamiento estructural; $[K_s]$, la matriz de rigidez estructural, $\{F_s\}$, el vector de carga aplicado, y $\{u\}$, el vector del desplazamiento nodal.

En el caso de agua-estructura acoplados, el comportamiento de la presión del agua puede describirse con la ecuación de la onda acústica, conocida como la ecuación de Helmholtz,

$$\nabla^2 P = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (2)$$

donde P es la presión del fluido; c , la velocidad del sonido en el medio fluido; t , tiempo; ∇^2 , el operador de Laplace. La ecuación (2) se deriva de la ecuación de Navier–Stokes de movimiento y la ecuación de continuidad considerando las siguientes suposiciones[5]:

- El fluido es compresible (la densidad cambia debido a las variaciones de presión).
- El fluido es no-viscoso.
- No hay flujo del fluido.
- La densidad y presión son uniformes en el fluido.

Debido a que la disipación viscosa ha sido omitida, el ecuación del Helmholtz. (2) es llamada como la ecuación de onda sin pérdidas para la propagación de la presión en fluidos. En caso de problemas de interacción fluido estructura, la ecuación (1) y (2) tienen que ser consideradas simultáneamente. La ecuación de Helmholtz. (2) puede describirse en notación matricial para introducir un operador matricial $\{L\}$ como

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \{L\}^T (\{L\} P) = 0 \quad (3)$$

La ecuación (3) es discretizada usando el procedimiento de Galerkin [6] para obtener las matrices del elemento, se multiplica por un cambio virtual en la presión y se integra sobre el volumen del dominio con alguna manipulación [7] para obtener

$$\int_{vol} \frac{1}{c^2} \delta P \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d(vol) + \int_{vol} (\{L\}^T \delta P) (\{L\} P) d(vol) = \int_S \{n\}^T \delta P (\{L\} P) d(S) \quad (4)$$

donde el *vol* es el volumen del dominio; dP , el cambio virtual en la presión; *S*, la superficie dónde la derivada de presión normal a la superficie es aplicado (una condición de frontera natural), y $\{n\}$, la unidad normal a la interfaz *S*.

La ecuación para la interacción entre el fluido y la estructura se deriva de la exigencia de continuidad en la frontera de la interfaz. El desplazamiento normal de la estructura debe ser idéntico al del fluido. Por lo tanto, la ecuación de momento del fluido produce la relación siguiente entre el gradiente de presión normal del fluido y la aceleración normal de la estructura en la interfaz fluido-estructura *S* [7]:

$$\{n\} \cdot \{\nabla P\} = -\rho_0 \{n\} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (5)$$

donde *U* es el vector de desplazamiento de la estructura en la interfaz; ρ_0 , la densidad del fluido. Para representar la dispersión de energía presente, si existe alguna, en la frontera del fluido, un término de dispersión se agrega a la condición sin pérdidas de la frontera en la ecuación (5) para conseguir [8, 9]

$$\{n\} \cdot \{\nabla P\} = -\rho_0 \{n\} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \left(\frac{\beta}{c}\right) \frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (6)$$

Después de sustituir concepto de la matriz de la ecuación (6) en la ecuación (4), la integral se da por

$$\int_{vol} \frac{1}{c^2} \delta P \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d(vol) + \int_{vol} (\{L\}^T \delta P) (\{L\} P) d(vol) = - \int_S \rho_0 \delta P \{n\}^T \left(\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}\right) d(S) - \int_S \delta P \frac{\beta}{c} \frac{\partial P}{\partial t} d(S) \quad (7)$$

Esta ecuación contiene la presión del fluido *P* y el desplazamiento estructural *U* como las variables dependientes a resolver. Las funciones de forma de elemento finito para la variación espacial de la presión y componentes del desplazamiento se dan por

$$P = \{N_p\}^T \{P\} \quad (8)$$

$$U = \{N_u\}^T \{u\} \quad (9)$$

donde $\{N_p\}$ es la función de forma del elemento para la presión; $\{N_u\}$, la función de forma del elemento para los desplazamientos, $\{p\}$, el vector de presión nodal, y $\{u\}$, los vectores componentes del desplazamiento nodal. Sustituyendo las ecuaciones (8) y (9) en la ecuación (7), la ecuación de Helmholtz. (2) escrita en notación matricial obteniendo la ecuación discretizada de Helmholtz [10]

$$[M_f]\{\ddot{p}\} + [C_f]\{\dot{p}\} + [K_f]\{p\} = \{F_{sf}\} \quad (10)$$

Considerando la presión del fluido que actúa en el interfaz, la ecuación (1) para la dinámica estructural puede ser escrita de la siguiente forma:

$$[M_s]\{\ddot{u}\} + [C_s]\{\dot{u}\} + [K_s]\{u\} = \{F_s\} + \{F_{fs}\} \quad (11)$$

donde $\{F_{fs}\}$ es el vector de carga debida a la presión del fluido actuando en la interfaz. Las ecuaciones discretizadas de elemento finito para el problema de interacción de fluido-estructura son escritas como:

$$\begin{pmatrix} [M_s] & [0] \\ [M_{fs}] & [M_f] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\} \\ \{\ddot{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} [C_s] & [0] \\ [0] & [C_f] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\dot{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} [K_s] & [K_{fs}] \\ [0] & [K_f] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_s\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

donde $[M_{fs}]$ es la matriz de masa equivalente en la interfaz, y $[K_{fs}]$ es la matriz de rigidez equivalente en la interfaz

MODELO FEM

El estudio presentado en este artículo se realizó a un rodete de turbina hidráulica de 38.5 MW con un diámetro principal de 3.49 m y esta formado por 13 álabes. El material del rodete es 13.4 CrNi acero inoxidable cuyas propiedades se presentan en la Tabla 1.

En base a la característica de simetría cíclica de la estructura, se modela un segmento del rodete formado por un álabe y por una porción de corona y banda equivalente a un ángulo de $360^\circ/13$. El modelo es discretizados con elementos 3D sólido estructural para el álabe, y 3D sólido estructural tetraédrico para la corona y banda. En el análisis se establecen condiciones de simetría cíclica en los cortes de corona y banda. La Figura 1 muestra el modelo de un segmento del rodete, el cual esta conformado por 20894 nodos y 10374 elementos. La Figura 2 presenta el modelo discretizados del rodete completo.

Tabla 1: Propiedades del material del rodete

Propiedad	Modulo de Elasticidad (GPa)	Razón de Poisson	Densidad (kg/m ³)
Valor	206	0.288	7700

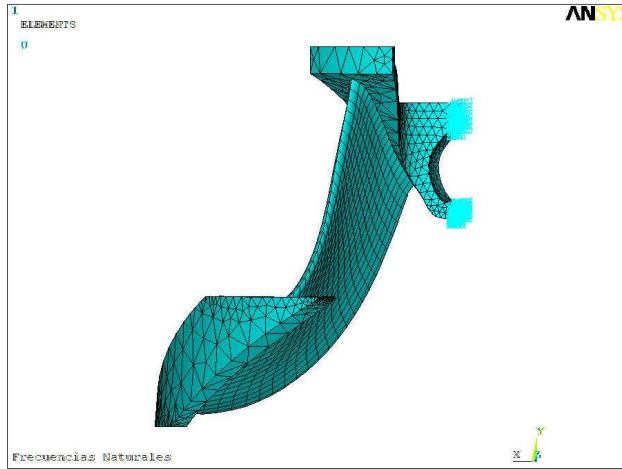


Figura 1. Sector del rodete con restricciones de frontera.

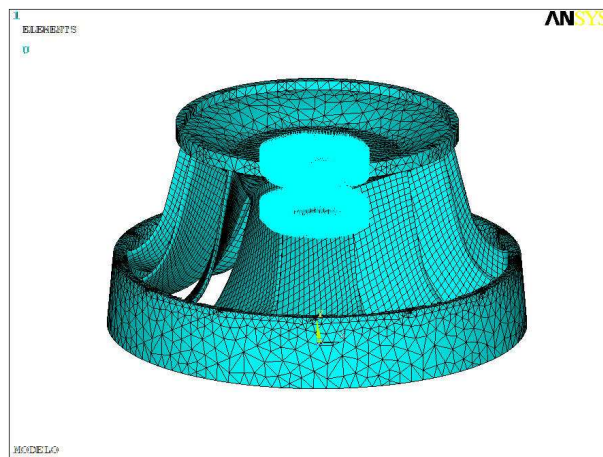


Figura 2. Modelo completo del rodete de la turbina Francis

ANÁLISIS MODAL EN AIRE

Las características modales de la vibración libre en aire de la estructura se calcularon utilizando el análisis modal para geometría cíclica de ANSYS, usando el método Block Lanczos como el método de extracción de los modos. Los resultados se expanden del análisis de la simetría cíclica al modelo completo. En la Tabla 2, se enlistan las frecuencias naturales obtenidas con la simulación y de forma experimental. Las formas modales del rodete en aire se muestran en las figuras 3, 4, 5, 6 y 7.

Tabla 2. Frecuencias Naturales del rodete en aire (Hz)

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
Simulación	63.785	76.523	130.42	135.38	148.83
Experimental	66.13	-	128.75	131.875	145

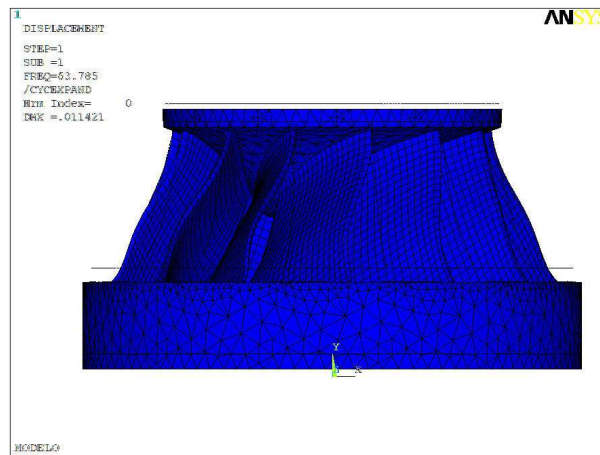


Figura 3. Modo de vibración y desplazamientos calculados por análisis numérico del rodete en aire correspondiente a la primera frecuencia natural.

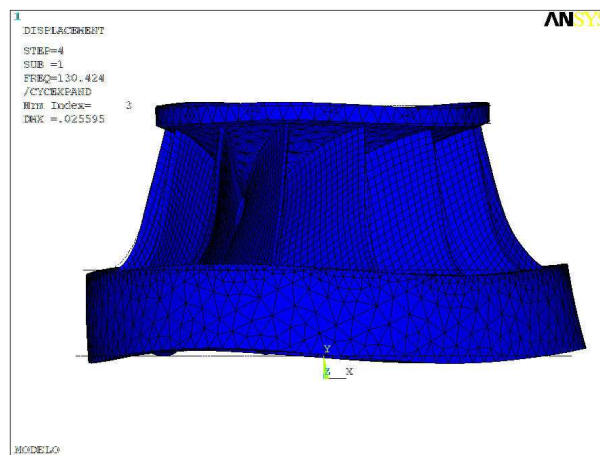


Figura 4. Modo de vibración y desplazamientos calculados por análisis numérico del rodete en aire correspondiente a la segunda frecuencia natural.

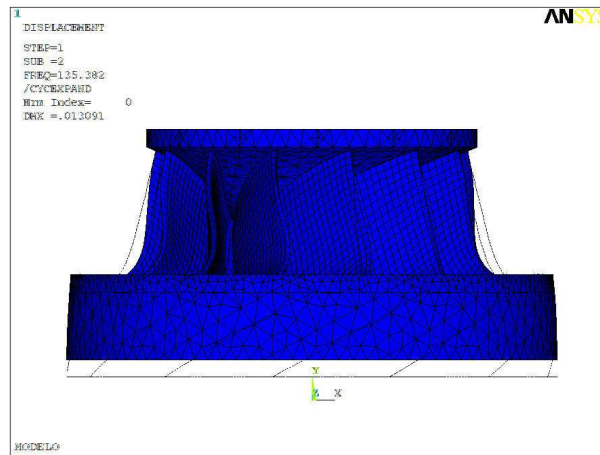


Figura 5. Modo de vibración y desplazamientos calculados por análisis numérico del rodetes en aire correspondiente a la tercera frecuencia natural.

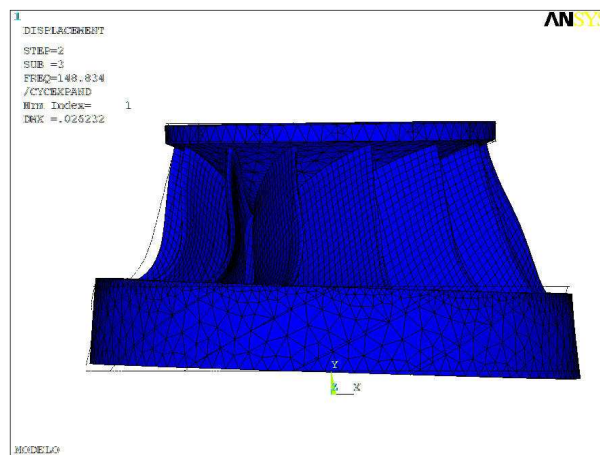


Figura 6. Modo de vibración y desplazamientos calculados por análisis numérico del rodetes en aire correspondiente a la cuarta frecuencia natural.

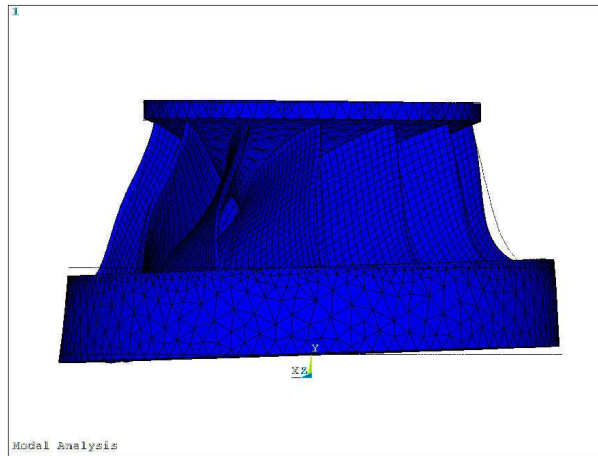


Figura 7. Modo de vibración y desplazamientos calculados por análisis numérico del rodete en aire correspondiente a la quinta frecuencia natural.

Para la comparación de los resultados numéricos y experimentales, se calcula la variación (Δ %) entre ellos que indica la concordancia entre ambos análisis

$$\Delta(\%) = \frac{(f_{Sim} - f_{Exp})}{f_{Exp}}(100) \quad (13)$$

Se observa una variación entre $\pm 1.29\%$ y $\pm 3.5\%$, según la frecuencia, mostrando una buena concordancia entre la simulación y lo experimental. Partiendo del modelo de la simulación en aire se simula al rodete rodeado de agua.

ANÁLISIS MODAL EN AGUA

Las frecuencias naturales y formas modales del rodete sumergido en agua se calcularon usando un análisis modal acústico fluido-estructura de ANSYS. Para realizar el modelo completo de la simulación en agua, se utiliza el modelo de simetría cíclica del análisis modal del rodete en aire. La malla de la estructura fue rodeada por un dominio fluido. La malla del fluido se extiende de la malla de la estructura así que el mismo grupo de nodos fue compartido entre ambos dominios en la interfaz [11]. Se usaron elementos 3D fluido acústico para el dominio fluido, especificando los elementos de interfaz en la interacción fluido-estructura, y elementos 3D acústicos infinitos que simulan los efectos de absorción de un dominio fluido que se extiende hasta el infinito. El método de solución utilizado en este análisis fue Block Laczos. Los resultados se expanden del análisis de la simetría cíclica al modelo completo. La figura 8 representa un sector del rodete y al agua que lo rodea. La figura 9 muestra el modelo mallado del rodete completo rodeado de agua. Las propiedades del agua bajo temperatura ambiente y presión atmosférica se presentan en la tabla 3.

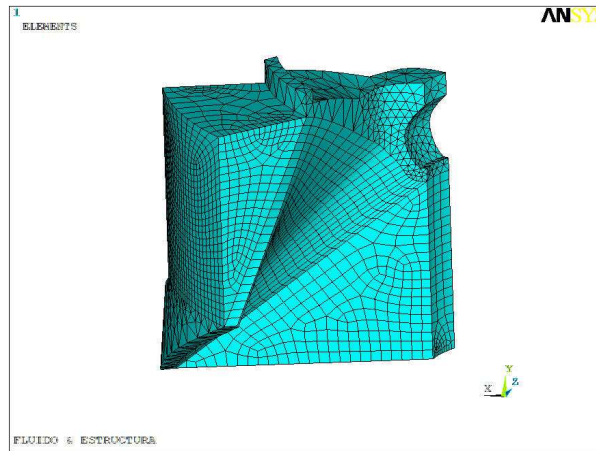


Figura 8. Sección del rodete y al agua que lo rodea

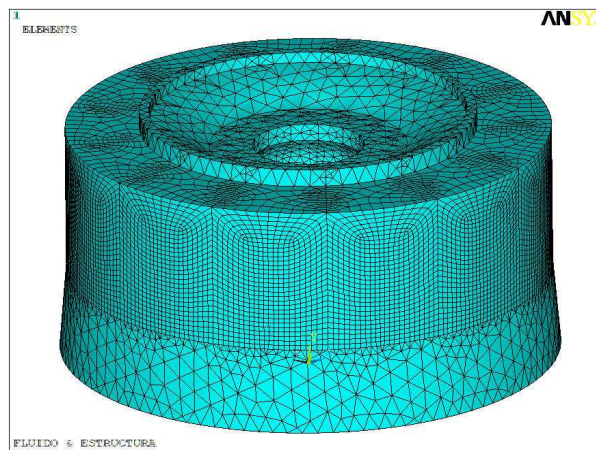


Figura 9. Modelo mallado del rodete completo rodeado de agua.

Tabla 3. Propiedades del fluido

Propiedad	Velocidad del sonido (m/s)	Densidad (kg/m ³)
Valor	1483	1000

Las frecuencias naturales y modos de vibración del rodete sumergido en agua son calculados usando el análisis modal acústico fluido-estructura. Las frecuencias obtenidas en este análisis se presentan en la tabla 3. Los modos de vibración observados son similares a los que se presentaron en la simulación del rodete en aire.

Tabla 3. Frecuencias Naturales del rodete en agua (Hz)

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
Simulación	54.089	61.141	95.076	95.307	100.69

DISCUSION DE RESULTADOS

Al compara los resultados obtenidos en la simulación del rodete en aire y sumergido en agua, Figura 10, se observa que existe un decremento en las frecuencias naturales debido al agua que rodea a la estructura. Lo anterior es estimado por la Razón de reducción de frecuencias dado por:

$$\delta = \frac{f_{aire} - f_{agua}}{f_{aire}} \quad (14)$$

donde f_{aire} y f_{agua} son las frecuencias naturales en aire y en agua respectivamente. Las Razón de reducción de frecuencias se presentan en la Tabla 4. Se observa que la razón de reducción de frecuencias δ varia de 0.152 a 0.324 dependiendo de la frecuencia.

Tabla 4. Razón de reducción de frecuencias del rodete

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
δ	0.152	0.201	0.271	0.296	0.324

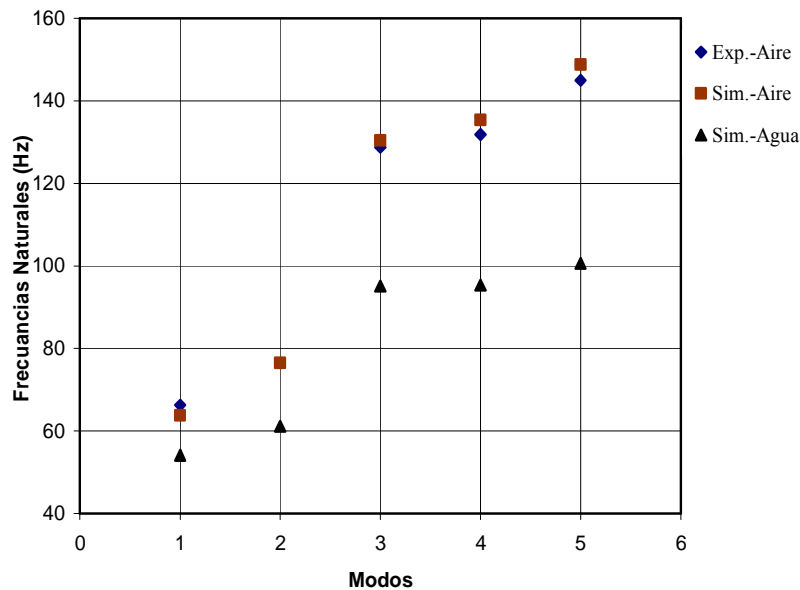


Figura 10. Frecuencias Naturales en aire y en agua

CONCLUSIONES

Se realizo el análisis modal numérico de un rodete de turbina Francis en aire y sumergido en agua por FEM y se determinaron las frecuencias naturales y las formas modales.

Los resultados de la simulación en aire comparados con los obtenidos experimentalmente presentan una variación máxima de $\pm 3.5\%$, mostrando una concordancia entre ellos.

Se observó un decremento en las frecuencias naturales del rodete en aire y sumergido en agua. Las formas modales en ambos casos fueron similares.

Se observó la reducción de frecuencias naturales por el efecto del agua variando de 0.152 a 0.324, dependiendo de la forma modal.

El método usado en este trabajo para el análisis del rodete sumergido en agua puede ser usado en el análisis del comportamiento dinámico de otros rodetes de turbina.

RECONOCIMIENTOS

M. Flores agradece el financiamiento de CONACYT durante la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Coutu A., Aunemo H., Badding B., Velagandula O.; “Dynamic behavior of high head Francis Turbine”, Hydro 2005, October 17-20 2005, Villach, Australia.
- [2] Monette C., Coutu A., Velagandula O.; “Francis runner natural frequency and mode shape predictions”; Waterpower XV, July 23-26 2007, Chattanooga TN, USA
- [3] Tanaka H., “Vibration behaviour and dynamic stress of runners of very high head reversible pump-turbine”, 15th IAHR Symposium, 1990, Belgrade
- [4] Rodríguez C. G., Egusquiza E., Escaler X., Farhat M., Liang Q.W., Avellan F., “Experimental investigation of added mass effect on a Francis turbine runner”, J. Fluids Structure, 2006, Vol. 22, pp699-712.
- [5] Kinsler LE, “Fundamentals of acoustics”, New York: John Wiley and Sons; 1982
- [6] Bathe K.J. “Finite element procedures”. Englewood Cliffs: Prentice-Hall; 1996.
- [7] Zienkiewicz OC, Newton RE. “Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid”, In: Symposium on Finite Element Techniques. 1969. University of Stuttgart, Germany.
- [8] Craggs A. “Finite element model for acoustically lined small rooms”, J Sound Vibrat 1986;108(2):327–37.
- [9] Rajakumar C, Ali A. “Acoustic boundary element eigenproblem with sound absorption and its solution using lanczos algorithm”, Int J Numer Meth Eng 1993;36(23):3957–72.
- [10] Woyjak DB. “Acoustic and fluid structure interaction, a revision 5.0 tutorial”. Houston: Swanson Analysis Systems, Inc.; 1992.
- [11] ANSYS v11.0, User Manual