

DISEÑO MECÁNICO DE UN ROBOT POLAR PARA APLICAR ADHESIVO

Alejandro Barrera Tapia, Joaquín Pérez Meneses, José Guadalupe Suárez Romero
División de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Tecnológico de Querétaro
Av. Tecnológico Esq. M. Escobedo S/n CP. 76000 Querétaro, Qro. México.
Teléfono (442) 216 3597. Ext. 313.; (442) 227 44 20
alejsamer@yahoo.com.mx jperez@itq.edu.mx jgsuarez@itq.edu.mx

RESUMEN

En este trabajo se desarrolla el modelo de un prototipo de robot polar de 3 GDL el cual será usado para la aplicación de pegamento al zapato de manera que sea capaz de responder a elevadas precisiones y velocidades con lo que para ello se planea el modelo de un sistema compensador de inercias. Se realiza el análisis cinemático de posición directa e inversa y el modelo electromecánico de su balanceo dinámico, el cual consiste en un sistema masa resorte amortiguador controlado por un motor de cd en realimentación con dos celdas de carga para compensar las inercias variables del robot. La condicionante para la funcionalidad del robot serán los valores cercanos a $-\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{2}$ rad (puntos singulares de la articulación q_2). El ajuste apropiado de $\zeta = 0,5$ y $\omega_n = 40$ rad/s dan tiempos de amortiguamiento al estado estable de 0.25 segundos para lograr la estabilidad del sistema.

ABSTRACT

In this paper is presented the development of the model of a prototype of 3 DOF polar robot which will be used for the application of adhesive to the shoe, so that it is capable to respond to high precisions and high speeds and for this we planning the pattern of an inertia compensator system. It is carried out the kinematic analysis of direct and inverse position and the electromechanical pattern gives its dynamic balancing, which consists in a system mass spring shock controlled by a dc motor in feedback with two loadcells to compensate the variable inertias of the robot. The condition for the functionality is that the robot will not works near to singularities points of $-\frac{\pi}{2}$ and $\frac{\pi}{2}$ rad (singular points of the q_2 articulation). The appropriate adjustment of $\zeta = 0,5$ and $\omega_n = 40$ rad/s give times of damping to the stable state of 0.25 seconds to achieve the stability of the system.

NOMENCLATURA

- d_1 y d_2 diámetros de paso del piñón y engrane, respectivamente.
 N_1 y N_2 números de dientes del piñón y engrane, respectivamente.
 P_1 y P_2 pasos diametrales del piñón y engrane, respectivamente.
 V_a Voltaje de armadura.
 E_g Voltaje generado (fem).
 i_a Corriente de armadura.
 R_a Resistencia de armadura.
 L_a Inductancia de armadura.

ω	Velocidad angular del eje del motor.
K_a	Constante de la máquina eléctrica.
ϕ	Flujo magnético.
T_d	Par desarrollado.
T_J	Par debido a la inercia.
T_B	Par debido a la fricción viscosa.
T_L	Par de carga (resorte - contrapeso).
B	Coefficiente de fricción viscosa.
K_T	Constante de la máquina eléctrica que relaciona el flujo magnético con la corriente y el par desarrollado.
K_M	Constante de la máquina eléctrica que relaciona el flujo magnético con la corriente y la velocidad angular en el eje del motor.
θ	Posición angular del engrane motriz del contrapeso.
K_V	Constante del control de voltaje.
K_C	Constante de caída de tensión.
T_{PE}	Par perturbador externo (efecto del resorte).
m	Masa del contrapeso (de todo el sistema).
b	Coefficiente de fricción viscosa.
k	Constante de elasticidad del resorte.
f	Fuerza aplicada.

INTRODUCCIÓN

En la industria del calzado se tienen procesos de fabricación en los que se necesita de la participación de operarios en actividades que resultan tediosas e inseguras, actualmente hay algunos trabajos que intentan dar solución a esto como el de diseño mecatrónico de un robot especializado en efectuar cortes de piel de calzado [1], pero se continúa con la problemática de que resulta antieconómico el empleo de robots principalmente en pequeñas y medianas empresas mexicanas.

El impregnado de pegamento al zapato, se realiza por obreros experimentados en estos puestos, ya que se necesita de precisiones del orden de 0.5 mm en el impregnado de pegamento para que no queden partes sin cubrir o con excesos, por lo que al obrero se le exige de mucha habilidad en el manejo de su herramienta conocida como brocha o cepillo. Originando en consecuencia de que se les genera mucho estrés a las personas sometidas a este trabajo dado que en promedio se les exigen alrededor de 2,300 pares diarios; además de que se exponen a la inhalación de solventes químicos. Resultando así en un trabajo puramente artesanal que desempeñan a diario bastantes personas en México.

DESARROLLO

CONSIDERACIONES DE DISEÑO

El robot se modeló pensando en que desempeñe la tarea de impregnar pegamento al zapato en una estación de trabajo con alcances de hasta 0.75 m.

Se consideró en el diseño un peso de su actuador final de 1.5 kg; el cual será un rodillo polimérico que al girar permita el impregnado de pegamento sobre la superficie del zapato. El robot deberá tener velocidades lineales en su tercer eslabón de 13 cm/s y dar posicionamientos con tolerancias de ± 0.25 mm, de tal forma que el adhesivo se impregne uniformemente y con rapidez en la superficie del zapato.

Para evitar esfuerzos dinámicos excesivos por consecuencia de las altas velocidades solicitadas, se empleará un balanceo dinámico para compensar las inercias de los eslabones 2 y 3.

DISEÑO DEL ROBOT

Morfología del robot

El tipo y la forma de las articulaciones se determinó por las necesidades de movimientos, resultando uno de giro, uno de elevación y otro de desplazamiento.

El robot seleccionado es del tipo polar y consta de dos articulaciones giratorias (R) y una prismática (P), ver fig. 1, asociadas con un campo de trabajo de forma cilíndrica cuya variable articular en su respectivo eslabón se denotará por: q_1 , q_2 y q_3 , que tendrán los siguientes valores de diseño.

q_1 = con giro de 0 a π rad (articulación 1 en la base).

q_2 = con giro de $-\frac{\pi}{4}$ a $\frac{\pi}{4}$ rad (articulación 2 de elevación).

q_3 = con alcance de 0.75 m (articulación 3 de alcance).

Por otro lado las longitudes de cada eslabón serán:

L_1 = con longitud de 1.0 m

L_2 = con longitud de 0.4 m

L_3 = con longitud de 0.35 m

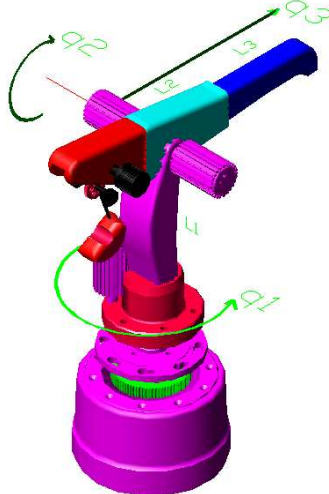


Figura 1- Morfología del robot polar de 3 GDL.

Cinemática directa

La obtención de los parámetros se obtuvo de acuerdo con el algoritmo de Denavit-Hartenberg [3, 4 y 5].

Parámetros D-H

En la fig. 2, se presenta la ubicación de los sistemas de referencia para la obtención de los parámetros D-H, los cuales se resumen en la tabla 1.

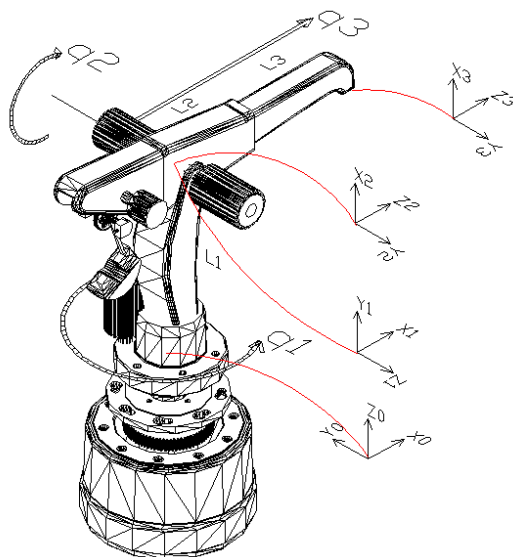


Figura 2- Ubicación de los sistemas de referencia.

Tabla 1. Parámetros D-H.

	q_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	$l_1=1 \text{ m}$	0	$\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$
2	$q_2 + \frac{\pi}{2}$	0	0	$\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$
3	0	q_3	0	0

Los puntos coordenados de localización del extremo obtenidos de la cinemática directa son:

$$p_x = C(q_2)C(q_1)q_3 \quad p_y = C(q_2)S(q_1)q_3 \quad p_z = S(q_2)q_3 + l_1 \quad (1)$$

Donde: S y C definen a la función seno y coseno respectivamente.

Las velocidades articulares y las velocidades de las coordenadas de posición y orientación del extremo del robot estarán relacionadas por su matriz Jacobiana [3 y 5].

Realizando las derivadas parciales en los puntos (x, y, z) se obtiene la Jacobiana directa.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial q_1} & \frac{\partial f_x}{\partial q_2} & \frac{\partial f_x}{\partial q_3} \\ \frac{\partial f_y}{\partial q_1} & \frac{\partial f_y}{\partial q_2} & \frac{\partial f_y}{\partial q_3} \\ \frac{\partial f_z}{\partial q_1} & \frac{\partial f_z}{\partial q_2} & \frac{\partial f_z}{\partial q_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C(q_2)S(q_1)q_3 & -S(q_2)C(q_1)q_3 & C(q_2)C(q_1) \\ C(q_2)C(q_1)q_3 & -S(q_2)S(q_1)q_3 & C(q_2)S(q_1) \\ 0 & C(q_2)q_3 & S(q_2) \end{bmatrix}$$

Cuyo determinante igualado a 0 es:

$$C(q_2)(q_3)^2 S(q_2)^2 + C(q_2)^3 (q_3)^2 = 0 \quad (2)$$

Cinemática inversa

Los valores de las coordenadas articulares que el robot podrá adoptar de tal forma que logre la posición deseada del extremo (eslabón 3), obtenidos de la cinemática inversa son:

$$q_1 = a \tan \left(\frac{p_y}{p_x} \right) \quad q_2 = a \tan^{-1} \left(\frac{p_z - l_1}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}} \right) \quad q_3 = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} C(q_2) + [p_z - l_1] S(q_2) \quad (3)$$

Balanceo dinámico

Se realizó el análisis dinámico de los eslabones mediante la obtención de masas dinámicamente equivalentes [6].

$$\sum_{i=1}^n m_i = m, \quad \sum_{i=1}^n m_i x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n m_i y_i = 0, \quad (4)$$

$$m_d a_d = m_3 a_2 + m_4 e + m_5 e + m_6 e + m_d a$$

Donde $m_d a_d$ representa la masa equivalente de balanceo colocada a una distancia del extremo contrario a las articulaciones del robot.

La contribución al desbalanceo para este robot por efecto de la articulación prismática hace que los momentos de inercia de masa sean variables como consecuencia de centros de gravedad cambiantes para cada movimiento del robot.

Tales efectos se pretende que sean medidos por dos celdas de carga que en su momento sean colocadas en la parte superior del eslabón 1, y en ese sentido es que surge la idea de un sistema compensador de inercia para contrarrestar el efecto de las cargas variables en movimiento.

Modelo del sistema de balanceo dinámico

Como de las celdas de carga se obtendrán lecturas de deformación, misma que será proporcional con las fuerzas implicadas en un extremo del robot, por consiguiente el sistema responderá a una variación de desplazamiento, lo cual se puede hacer corresponder al desplazamiento contrario por la variación del ángulo θ de posición angular de un engrane motriz que actuará un contrapeso, entonces se define a θ como la variable de salida a controlar.

Es decir que si la celda de carga experimenta una deformación en un sentido, el contrapeso se desplazará en sentido contrario una distancia proporcional con la circunferencia externa $2\pi r_1$ por cada revolución completa de su engrane impulsado. Donde $1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad}$, y que cuando el contrapeso se mueva a la derecha ($x_1 > 0$) el engrane girará en el sentido de las manecillas del reloj a la izquierda visto de frente al motor ($\theta > 0$) por lo que se tiene $x_1 = -K_V r_1 \theta$, donde x_1 representa la distancia equivalente en la celda de carga afectada por una constante K_V de ganancia de voltaje.

Se elige la aplicación de un motor de cd controlado por voltaje de armadura (v_a), por sus características de par de torsión-velocidad ($\tau - \omega$) en el manejo de inercias considerables [7 y 10].

Por otro lado se tiene que el ángulo del engrane del contrapeso es proporcional con el ángulo de la oscilación del mismo, por lo que se considerará como variable de salida al ángulo del engrane motriz, del cual se conoce por la ecuación diferencial no lineal que describe al contrapeso (ecuación del péndulo) [8], la cual es

$$\frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \text{sen } \Theta = 0 \quad (5)$$

Misma que se podrá modelar con la aproximación del $\text{sen } \Theta \cong \Theta$.

Donde Θ es el ángulo formado por un péndulo oscilante de longitud l respecto de la vertical.

Partiendo de la premisa de que el contrapeso se desplaza una distancia proporcional con la circunferencia externa $2\pi r_1$ para cada revolución completa del engrane impulsado. Si se tiene que $1\text{rev} = 2\pi$ rad, y que cuando el contrapeso se mueve a la derecha ($s_1 > 0$) el engrane gira en el sentido de las manecillas del reloj a la izquierda visto de frente al motor ($\theta > 0$) por lo que se tiene

$$\frac{s_1}{2\pi r_1} = -\frac{\theta}{2\pi} \quad s_1 = -r_1\theta$$

Longitudes de arco que serán iguales en ambos engranes $s_1 = s_2$ y relacionados por los diámetros de paso del piñón y la rueda resulta:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = K_N \quad (6)$$

Siendo las potencias desarrolladas y de carga iguales (únicamente difieren por las constantes de pérdidas electromecánicas en la conversión de energía y que se definen en el modelo), y por las relaciones entre θ_1 con θ_2 resulta

$$P_d = \omega T_d = \frac{d\theta_1}{dt} T_d$$

$$\text{y } P_L = \omega T_L = \frac{d\theta_2}{dt} T_L$$

$$T_L = K_N T_{SAL}$$

El modelo del motor está dado por:

$$J\alpha = \Sigma \tau$$

Donde: $J\alpha$ y τ corresponden a la inercia, aceleración angular y pares en el eje, respectivamente.

$$J_M \frac{d^2\theta_1}{dt^2} = K_M i_a - B_M \frac{d\theta_1}{dt} - K_N T_{SAL}$$

Donde a T_{SAL} lo dará el modelo del contrapeso y resorte que estará dado por:

$$T_{SAL} = J_P \frac{d^2\theta_2}{dt^2} + B_P \frac{d\theta_2}{dt} + T_{PE}$$

Donde T_{PE} es un par debido a perturbaciones externas, efecto de péndulo, amortiguado

$$ml \frac{d^2\theta}{dt^2} + mg (\text{sen } \theta) = T_{PE}$$

En la fig. 3 se presenta el esquema del modelo propuesto.

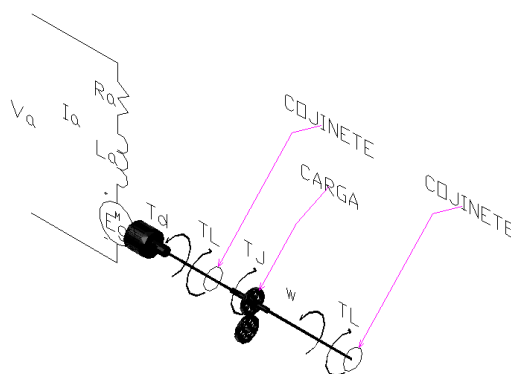


Figura 3- Conjunto motor cd- carga (contrapeso).

Para la parte eléctrica y aplicando la ley de voltajes de Kirchoff se tiene $\sum v = 0$:

$$V_a - i_a R_a - L_a \frac{di_a}{dt} - E_g = 0 \quad (7)$$

Donde:

$$E_g = K_a \phi \omega = K_G \frac{d\theta}{dt} ; K_G = K_a \phi$$

Para la parte mecánica aplicando la 2ª ley Newton se tiene $\sum \tau = 0$:

$$T_d - T_J - T_B - T_L = 0 \quad (8)$$

Donde:

$$T_d = K_M i_a = K_M K_a \phi \omega = K_M \frac{d\theta}{dt}$$

Y también:

$$\begin{aligned} T_d &= K_T i_a \\ K_M &= K_M K_a \phi \\ T_B &= B \omega = B \frac{d\theta}{dt} \\ T_J &= J \frac{d\omega}{dt} = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \end{aligned}$$

Aplicando luego la transformada de Laplace (\mathfrak{L}) a las anteriores ecuaciones evaluadas con condiciones iniciales $CI = 0$ se tendrá el modelo electromecánico del conjunto motor de cd – contrapeso.

$$\theta_{(s)} = \frac{\frac{K_T K_C K_V}{R_a K_n J_T}}{s^2 + \left(\frac{B_T}{J_T} + \frac{K_T K_G}{K_n^2 J_T R_a} \right) s + \frac{K_T K_C K_V}{K_n J_T R_a}} \theta_{d(s)} \quad (9)$$

Donde:

$$J_T = \left(\frac{J_M}{K_N^2} + J_P \right), \quad B_T = \left(\frac{B_M}{K_N^2} + B_P \right)$$

El modelo a resolver será entonces el que describe a un sistema masa resorte amortiguador [9].
 $m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = f$

Que ajustada al modelo actual y aplicando su transformada de Laplace con $CI = 0$, $\theta(0) = 0$, $\dot{\theta}(0) = 0$.

$$\frac{\theta_{(s)}}{\theta_{d(s)}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (10)$$

Función de transferencia del sistema masa resorte amortiguador de la ec. (9), en la que ω_n es la frecuencia natural y ζ el factor de amortiguamiento.

Valores que para este modelo corresponden con:

$$2\zeta\omega_n = \left(\frac{B}{J} + \frac{K_T K_G}{K_N^2 J R} \right); \quad \omega_n^2 = \frac{K_T K K_P}{K_N J R}$$

La solución de la ec. dif. (10) de acuerdo con la convolución de la función de transferencia y la función forzante $g(s)$ tipo escalón unitario será:

$$\theta_{(t)} = \frac{D}{m(a^2 + \omega_d^2)} e^{at} \left[\frac{a}{\omega_d} \text{sen}(\omega_d t) - \cos(\omega_d t) \right] \quad (11)$$

Siendo las soluciones raíces de la ecuación

$$s_{1,2} = a \pm j \omega ; \quad j^2 = -1$$

En cuanto a la rigidez del resorte se observa que si k (constante del resorte) es pequeña ζ es grande por lo que un resorte con k grande haría que el contrapeso no oscile demasiado.

Por otro lado si B_T es grande ζ también será grande. Por lo que el contrapeso dejará de oscilar si k es pequeña y B_T es grande. Lo que conlleva a que si K_V crece ζ baja y ω_n crece y visceversa. Lo que se puede manipular para que las raíces del polinomio característico sean reales y negativas.

La fig. 4, representa el diagrama en bloques de la función de transferencia, ec. (10) con la contribución de los parámetros en el conjunto del modelo motor de cd-contrapeso. Resaltando los lugares de realimentación; de posición deseada y posición de balanceo.

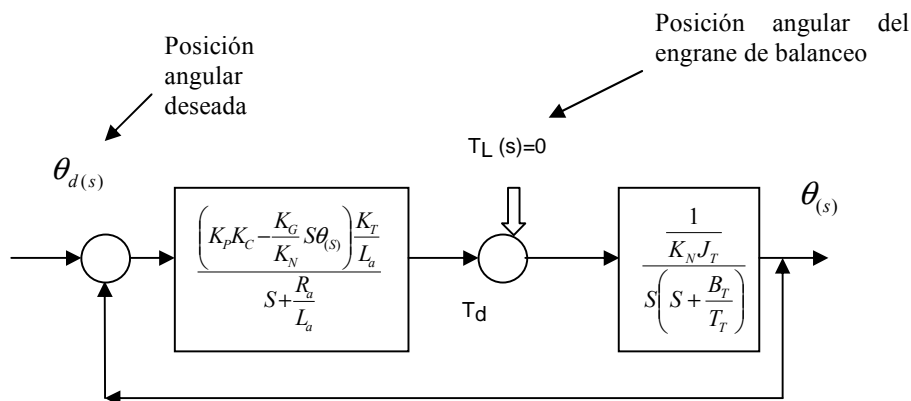


Figura 4- Diagrama en bloques de la función de transferencia.

RESULTADOS

En la cinemática del robot, los puntos singulares del brazo para q_2 serán los valores de $-\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{2}$ rad, de acuerdo con la ecuación (2), la cual iguala el jacobiano a 0 correspondiendo con los puntos en los que no se define la inversa de la jacobiana y cuya representación física serán los puntos límite que el brazo podrá alcanzar sin interferir con su velocidad.

Respuesta del sistema del conjunto motor de cd contrapeso al control de velocidad

La fig. 5, representa la respuesta gráfica de salida del sistema ec. (10) ante una entrada escalón y $\zeta = 0,5$ y $\omega_n = 40$ rad/s.

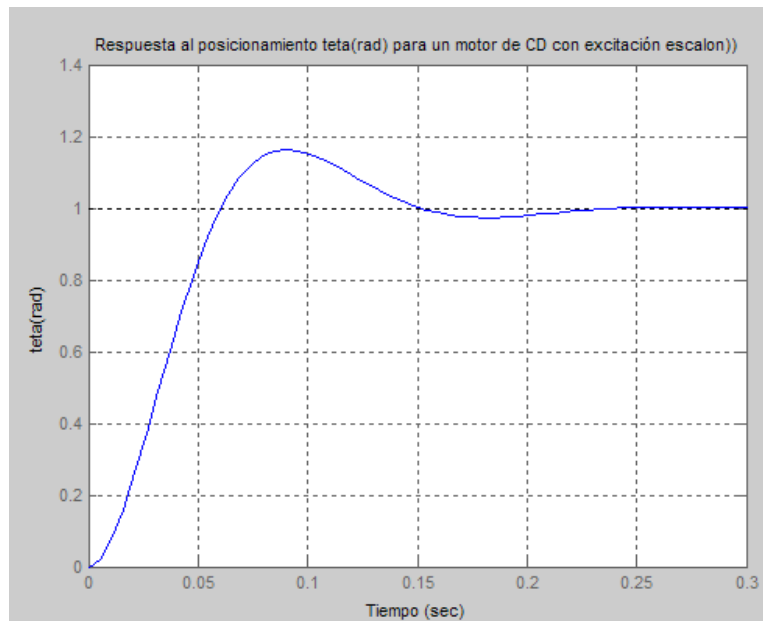


Figura 5- Respuesta al posicionamiento de salida del sistema ante una entrada escalón unitario.

Para el balanceo dinámico los casos preferibles para que la respuesta sea estable (que el contrapeso no oscile): serían cuando $s_{1,2}$ sean reales, negativas y diferentes. Lo que se puede conseguir variando el amortiguamiento para valores de $a > \omega_n$ ó ζ se encuentre entre $0 < \zeta < 1$ para que no se tengan raíces con parte imaginaria que harían que la energía no se disipe y pase de energía de amortiguamiento a energía de inercia, originando que el sistema oscile. Caso más crítico cuando las raíces son puramente complejas sin parte real (que harían que el sistema permanezca oscilando).

Y caso contrario ocurriría cuando las raíces son iguales y negativas que harían que el sistema responda sin oscilaciones pero demasiado lento. Entonces bajo estas premisas se dieron valores a los parámetros de ω_n y ζ para lograr un parámetro aceptable que describa una curva como la de la fig. (6). Los valores usados con que se obtuvo la curva fueron de $\zeta = 0,5$ y $\omega_n = 40$ rad/s.

COLCLUSIONES

A excepción de los valores encontrados para q_2 de $-\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{2}$ rad, los demás puntos podrán ser alcanzados libremente a cualquier velocidad de las articulaciones 2 y 3. Y como los valores acotados para el espacio de trabajo requerido definidos en la morfología del robot, ec. (2), están dentro de las delimitaciones del espacio de trabajo, entonces el robot podrá desempeñar bien las actividades propuestas.

Los valores graficados de $\zeta = 0,5$ y $\omega_n = 40$ rad/s arrojan un tiempo de subamortiguamiento hasta estado estable de 0.25 segundos, con valores pico para la oscilación del ángulo del contrapeso de 1.18, de acuerdo con la curva presentada. Estos resultados permiten confianza en la funcionalidad del modelo con lo que sólo se esperaría modificar las constantes de relación de par, de voltaje aplicado, de masa o de rigidez del resorte en ambos miembros de la ecuación (4) para lograr el balanceo del robot en ambos sentidos del brazo.

REFERENCIAS

- [1] Morales Mata Ismael, Yu Tang, *Diseño Mecatrónico de un Robot Cartesiano Enfocado al Corte de Piezas de Calzado*, << INFORME TÉCNICO >> División de Estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería. UNAM México D.F, pág 1 a 4, www.mecamex.net.
- [2] S. F. P. Saramago y V. Steffen Jr., "Optimization of Trajectory Planning of Robot Manipulators Taking into Account the Dynamics of the System" *Mechanism and Machine Theory*, 1998, volume 33, number 7, 1998, page 883 to 894.
- [3] Barrientos Antonio, Peñín Luis Felipe, Balaguer Carlos, Aracil Rafael, *Fundamentos de robótica*, Mc. Graw Hill, 1997.
- [4] Fu. K. S., González R. C., Lee C. S., *Robótica: control, detección, visión e inteligencia*, Mc. Graw Hill, 1988.
- [5] Lung-Wen Tsa, *Robot Analysis The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*, John Wiley & Sons, Inc. 1999.
- [6] Hamza Diken, "Trajectory Control of Mass Balanced Manipulators", *Mechanism and Machine Theory*, 1997, volume 32, number 3, 1997, page 313 to 322.
- [7] Chapman Stephen J., *Máquinas Eléctricas*, 4ª ed., Mc. Graw Hill, 2005, pág. 538 a 559.
- [8] Beer Ferdinand P. y Johnston E. Russell Jr., *Mecánica Vectorial para Ingenieros (Dinámica)*, 6ª ed., Mc. Graw Hill, 1998.
- [9] E. I. Umez-Eronini, *Dinámica de Sistemas y Control*, Thomson Learning, 2001.
- [10] Hosein Marzi, "Multi-Input Fuzzy Control of an Inverted Pendulum using an Armature dc Motor" *Robotica*, 2005, volume 23, part 6, 2005, page 785 to 788.