

INFLUENCIA DE LA FRICCIÓN EN LA LONGITUD DE CONTACTO Y FRECUENCIAS NATURALES DE UNIONES CON ELEMENTOS CÓNICOS

Jorge Bedolla Hernández, Dariusz Szwedowicz Wasik, Claudia Cortés García, Eladio Martínez Rayón.
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), Departamento de Ingeniería Mecánica.
Interior Internado Palmira s/n, Cuernavaca, Mor., México. Tel/fax:+52 (777) 3627770,
e-mail: libedolla@cenidet.edu.mx , d.sz@cenidet.edu.mx , claudia@cenidet.edu.mx

RESUMEN

En el artículo se presenta el análisis de la modificación de la región nominal de contacto entre elementos de una unión mecánica eje cubo por fricción, con aros cónicos elásticos deformables como interfaz de la unión. En el estudio, particularmente se analiza la región de contacto nominal entre el aro cónico interno y la flecha para cuantificar la región de contacto aparente. En la unión se suponen elementos axisimétricos, por lo que se considera que la longitud axial aparente en contacto del aro sobre la flecha determina la región de contacto. La modificación de contacto afecta el diseño y distribución de esfuerzos en los elementos, y tiene influencia en las frecuencias naturales de la unión, lo cual puede afectar su desempeño.

ABSTRACT

A shaft hub connection using a pair of elastic conical rings as interference elements is analyzed. The analysis is focused on contact region of shaft and inner conical ring. To find variations on apparent axial contact length of the inner ring over shaft a study about contact pressure is carried out. In addition, contact variations have high influence over natural frequencies of the shaft hub connection. Results shown apparent axial contact length is determined by friction coefficient and radial deformation of conical rings. Modifications on apparent contact area result in modifications of contact stress in interface elements, which can affect design conditions. Also, changes in natural frequencies might affect mechanical system performance in adverse form during time operation. For this kind of joints, friction force establishes torque transmission. Then analyzing modifications in the joint due to friction force is considered highly important.

NOMENCLATURA

F	Fuerza de apriete axial [N]
h	Desplazamiento axial [m]
θ	Ángulo de conicidad de los aros [°]
δ	Deformación diametral [m]
ψ	Coefficiente radial [1/Pa]
μ	Coefficiente de fricción []
d	Diámetro de la flecha [m]
desp	Desplazamiento combinado [m]
l	Longitud axial de contacto aparente [m]
M	Momento torsional [Nm]
c	Claro entre superficies

SUBINDICES

tor	Torsional.
max	máximo
i	claro de interés

INTRODUCCIÓN

La investigación se enfoca en el análisis de una unión mecánica eje cubo de rueda, con aros cónicos elásticos deformables como interfaz de la unión. Este tipo de elementos es una alternativa de unión flecha cubo, en la cual no se modifica la sección transversal de los componentes a unir, y los aros cónicos son los que se deforman para lograr la unión. El ensamble con cierre de fuerza así obtenido transmite cargas axiales, de torsión o mixtas, hasta una determinada magnitud que depende de las características de los elementos [1] y la deformación radial de los aros en la unión [2]. La deformación radial de los elementos deformables se relaciona directamente con la fricción y propiedades del material [3]. Esta condición es análoga a los sistemas usados para prevenir sobrecargas en las transmisiones mecánicas, como es el caso de los embragues [4]. Los aros cónicos elásticos deformables, al igual que el resto de uniones cónicas por interferencia y ensambles con cierre de fuerza [5], presentan una región nominal de contacto que se usa en los cálculos de su capacidad portante. Por simplificación, esta región podría suponerse constante, pero tiene variaciones dependiendo de la geometría, materiales y condiciones de carga, como en amortiguadores con superficies inclinadas [6], poleas acanaladas y bandas [7], sellos mecánicos [8, 9], prótesis [10], y uniones de álabes [11]. Las uniones flecha cubo tienen amplia aplicación en la transmisión de torque o movimiento rotatorio en sistemas mecánicos, tales como motores, compresores y ventiladores [12]. Por lo tanto, los aros cónicos abarcan un amplio rango de aplicaciones, ya que pueden ser útiles en cualquier sistema mecánico o parte de éste con movimiento rotatorio.

Para la mejora de los sistemas mecánicos las uniones son un concepto muy importante; sin embargo es frecuente que éstas no reciban la atención necesaria para su diseño y cálculo. A la vez, también se requieren predicciones de propiedades de resistencia, incluyendo resistencia al desgaste, estimación daños por fretting y fatiga, macro y microdesplazamientos, la influencia en la distribución de presión sobre la superficie y la magnitud de las fuerzas de fricción. Todos estos factores están relacionados con el fenómeno de contacto y deformación que se presenta en la unión mecánica [3, 11].

El presente estudio se centra en el análisis del cambio de longitud axial de contacto de los elementos cónicos de una unión flecha cubo con aros cónicos elásticos deformables. La región que se analiza corresponde a la zona de contacto de la flecha y del aro cónico interno. Esta región, al ser la de menor diámetro, es la que se supone resiste mayor fuerza comparada con el resto de las regiones de contacto de la unión bajo la misma transmisión de torque. Se considera que el coeficiente de fricción es el mismo en todas las regiones de contacto, y solamente se modifica su valor entre diferentes simulaciones realizadas, con el objeto de analizar los cambios que se presentan en la longitud axial aparente de contacto de la flecha y el aro. En el estudio se usa un modelo discreto de elementos finitos, el cual permite analizar la variación de la zona de contacto en función de los diferentes coeficientes de fricción. En las simulaciones el coeficiente de fricción se modifica, pero el resto de los parámetros que intervienen en el modelo discreto se mantienen constantes. También se analiza la influencia de la modificación del tamaño aparente de contacto en el valor de las frecuencias naturales presentes en la unión mecánica, lo cual puede afectar en forma directa al funcionamiento dinámico del sistema.

UNIÓN MECÁNICA FLECHA CUBO

La unión flecha-cubo con aros cónicos deformables tiene su principal aplicación en la transmisión de torque y/o fuerza axial. En los diseños de uniones generalmente no se consideran las variaciones geométricas, pero el subestimarlas origina un desempeño diferente al de diseño. Por ello es importante el análisis de uniones donde se incluyan las modificaciones que pueden resultar del ensamble. En la figura 1 se presentan los elementos básicos de una unión flecha-cubo con aros cónicos elásticos deformables, los cuales son: flecha, cubo de rueda, y par (o pares) de aros cónicos. Cada par de aros se compone de un aro externo y otro interno. Para realizar la unión se aplica una fuerza axial de compresión F a los aros cónicos, con la cual estos se deforman, logrando un contacto firme con el cubo de rueda y la flecha. Los pares en contacto de superficies que así se generan son: 1) entre el aro interno y la flecha, 2) entre las superficies cónicas de los aros, y 3) entre el aro externo y el cubo de rueda.

Puede considerarse inicialmente que la geometría de los elementos de unión corresponde a la nominal de diseño, y que en el ensamble toda la región de contacto corresponderá a la nominal asignada en el diseño. Sin embargo en un ensamble mecánico esta característica es difícil de lograr por las variaciones propias que resultan de la manufactura de las partes, por los tipos de cargas que se aplican y por las consecuentes deformaciones que se originan.

En el proceso de realización de la unión mecánica con aros cónicos elásticos deformables, es necesario verificar que los elementos se coloquen en su posición relativa de la unión sin interferencia. A causa de las tolerancias de

manufactura y el ajuste del ensamble para una unión con cierre de fuerza existen claros entre el cubo y el aro externo, y entre el aro interno y la flecha. Con el objeto de lograr la deformación en los pares de aros, se restringe el movimiento axial de un aro y se aplica fuerza de compresión F (ver Fig. 1) al otro en dirección axial [13]. La fuerza F comprime y deforma los aros, haciendo que el interno se incruste en el externo en función del apriete y de sus regiones cónicas de contacto. Esto tiene como consecuencia que el diámetro del aro interno se reduzca y el diámetro del aro externo se incremente, lográndose así la unión con la flecha y el cubo de rueda. La presión en las superficies de contacto produce fuerza de fricción que determina la capacidad de transmisión de la unión (de par de torsión y fuerza axial). La fuerza axial de apriete sobre los aros, sus características geométricas y sus propiedades mecánicas determinan la carga máxima permisible a transmitir por la unión. A su vez la fuerza de fricción se modifica por el coeficiente de fricción y la presión que se genera en las superficies de contacto.

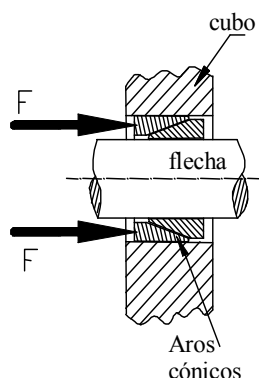


Figura 1.- Esquema de unión mecánica flecha cubo con aros cónicos deformables

RELACIÓN APRIETE – DESPLAZAMIENTO EN LA UNIÓN

Para un análisis de la unión con aros deformables pueden aplicarse consideraciones que permitan simplificar el modelo. De esta forma, si el análisis se realiza mediante relaciones analíticas de la unión usando la mecánica de sólidos es posible estimar las fuerzas y deformaciones que intervienen en la unión. Si bien estas suposiciones permiten obtener un aproximado del comportamiento de la unión, también es necesario considerar que omiten detalles que mejorarían la concordancia de los resultados con el fenómeno de estudio. De esta manera, en la presente sección se muestra un modelo basado solo en las características nominales de los elementos de unión, y cuyos resultados se usan en la comparación con los resultados numéricos que se obtienen más adelante.

Para el modelo analítico se considera al coeficiente de fricción constante e igual en todas las superficies, también se asume que el radio medio de los aros define la deformación radial y la longitud de contacto entre la flecha y el aro interno. Se considera que en la región nominal de contacto el desplazamiento relativo entre los aros es proporcional a la fuerza de apriete que se aplica a estos. De esta forma se considera que la deformación radial es uniforme en toda la longitud de contacto. En esta condición la fricción será función solo de la fuerza normal generada por la presión. Además, ya que tanto los aros cónicos de unión, como la flecha y el cubo no presentan modificación de su sección transversal se puede considerar que la distribución de esfuerzo es simétrica respecto al eje axial. A partir de lo anterior la función de esfuerzo sólo será función de la dirección radial y no depende de la dirección tangencial, y un análisis axisimétrico será conveniente en el análisis. Además, para obtener un valor de fuerza normal y área nominal de contacto se considera que resulta conveniente contar con una distribución de presión de contacto uniforme en toda la longitud axial del aro. La diferencia entre condición nominal y real de deformación de los aros, se relaciona con la concentración localizada de esfuerzos, lo cual modifica las características resultantes de la unión.

Las variables geométricas a considerar en la deformación y desplazamiento se muestran en la Figura 2, en la cual se considera que cualquier punto en la región cónica de los aros (Fig. 1), durante el apriete se moverá siguiendo la dirección de la superficie de contacto. Entonces, cualquier desplazamiento h de un punto en el sentido de la fuerza de apriete, provoca un desplazamiento radial $\frac{h}{2}$ de los puntos sobre las superficies cónicas y es proporcional a su ubicación axial sobre la superficie. Los desplazamientos radiales pueden representarse geoméricamente por la siguiente ecuación:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\delta}{2h} \quad (1)$$

Para obtener las expresiones analíticas que relacionan el desplazamiento con la fuerza y con el momento de torsión que puede transmitir la unión con aros cónicos se procede de acuerdo a [14]. De esta forma la ecuación que relaciona la fuerza en la unión con el desplazamiento relativo aplicado al aro es:

$$h = \frac{1.1F\psi}{2\pi\operatorname{tg}^2\theta} \quad (2)$$

El desplazamiento mínimo de apriete axial obtenido de la ecuación (2) estará directamente relacionado con el torque máximo a aplicar a la unión, a su vez éste será función del diámetro de contacto y la fuerza de fricción en la interfaz. Reordenando la ecuación (2) e incluyendo la fricción y el diámetro de la flecha de acuerdo con [14] se obtiene la ecuación (3).

$$h = \frac{1.1M_{\operatorname{tor}}\psi}{\pi d l \mu \operatorname{tg} \theta} \quad (3)$$

Las ecuaciones (2) y (3), para fuerza de apriete (F) y torque (Mtor) respectivamente, incluyen propiedades mecánicas de los elementos de unión, y fuerzas que se generan a causa del coeficiente de fricción. Estas ecuaciones relacionan la fuerza en función del desplazamiento axial ejercida en el par de aros para producir presión y contacto. La presión en cualquier superficie en contacto de la unión (igual al esfuerzo radial en la interfaz), tiene que ser inferior al esfuerzo de aplastamiento del material, y de esta manera garantizar su funcionamiento. Sin embargo, estas ecuaciones consideran un amplio intervalo lineal del material. Por otro lado simplifican el tamaño, geometría y mecanismo de deformación que se presenta en la interfaz. De lo cual se concluye, que una aproximación nominal de los parámetros para el cálculo de las uniones, no es suficiente para estimar las regiones nominales de contacto y las concentraciones de esfuerzo que se presentan durante el ensamble de la unión, ya que éstas se modifican en función de la geometría y fricción en la interfaz. Por tanto, para ampliar la definición del análisis de la región aparente de contacto, se comparan los resultados que se obtienen de las ecuaciones (2) y (3), con los obtenidos del modelo discreto de elemento finito que se presenta en la siguiente sección.

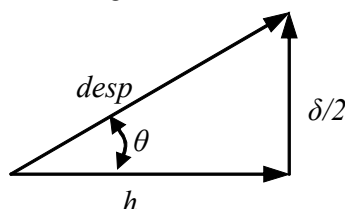


Figura 2. Relación de desplazamientos.

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA UNIÓN

La distribución uniforme de esfuerzo de contacto a lo largo de toda la longitud axial del elemento es solo una simplificación del comportamiento de la unión. Por otro lado cuando se realiza el ensamble de ésta, las regiones de contacto son discretas, dependiendo de la magnitud de escala de interés. Para analizar esta última condición, en el presente estudio se usa un modelo discreto de la unión, el cual se presenta en la figura 3 (ver también Fig. 1) en la región donde se ubican los aros. Para las simulaciones numéricas de la unión se usó elemento finito y el software comercial Abaqus.

La geometría del modelo discreto (Fig. 3) consiste de una flecha con diámetro nominal de 20 mm, un cubo de rueda con diámetro interno nominal de 25 mm, y un par de aros cónicos entre la flecha y el cubo. La longitud axial nominal de cada aro es de 5.3 mm con ángulo de conicidad de 16°. La fuerza de apriete aplicada al aro interno fue de 7 kN en todas las simulaciones. El valor del coeficiente de fricción en todas las superficies en contacto se consideró igual y constante en cada una de las simulaciones numéricas, variando para las diferentes simulaciones en el intervalo de 0 a 0.35 con incrementos de 0.05. El módulo de Young fue de 210 GPa, el coeficiente de Poisson de 0.3. Para incluir variaciones dimensionales en los elementos de unión, se considera un ajuste de transición H7/h6 en las superficies cilíndricas de contacto, con lo cual el claro radial máximo (cmax) entre estas superficies (ver ampliación de figura 3)

es de 17 μm . Para las simulaciones se usaron relaciones de claro de $c_i/c_{\text{max}} = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4},$ y 1 entre las superficies con ajuste H7/h6. Como se indicó en la sección previa la configuración de la unión permite usar condiciones axisimétricas, por lo cual se usaron elementos axisimétricos de 4 nodos. Las superficies de contacto de la flecha y del cubo se supusieron cilíndricas para de esta forma obtener correspondencia con las condiciones iniciales descritas en los cálculos analíticos. La malla se generó con refinamiento en las regiones de contacto de cada pieza de la unión. El tamaño de la malla en la región de contacto fue tal que permite realizar modificaciones del perfil del orden de magnitud de sus tolerancias.

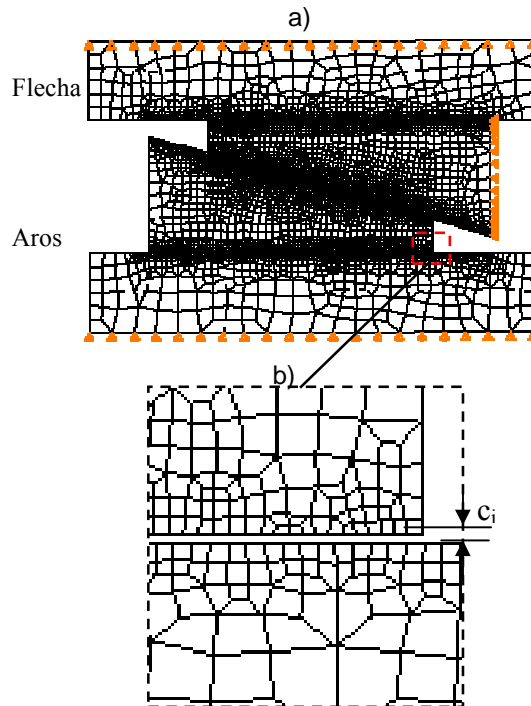


Figura 3. Geometría del modelo discreto de la unión con un par de aros cónicos deformables (a), y ampliación de un par de superficies de contacto con claro (b).

Las zonas indicadas con condición de frontera (figura 3), tienen restricciones de traslación en la dirección perpendicular a la superficie correspondiente. Las restricciones previenen el movimiento en dirección axial del cubo y la flecha, pero permiten deformación radial en las superficies de contacto. La deformación radial se produce al incrustar el aro interno en el aro externo, la carga o desplazamiento de apriete se aplica en el aro interno.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este trabajo se han mostrado análisis de modelos basados en el método de los elementos finitos. Estos tienen el enfoque de buscar una alternativa para la observación de detalles del contacto en la misma escala que se presentan las tolerancias de manufactura. Sin embargo los análisis numéricos concuerdan con los comportamientos observados en análisis experimentales presentados en [2 y 13].

Para el caso ideal de la unión, el contacto se presenta en toda la superficie, es decir, a lo largo de toda la longitud axial del aro, y su distribución de esfuerzos se esperaría simétrica en los elementos cónicos (como es el caso presentado por la ecuación 2). Cuando no se cumple la condición de caso real, la distribución de esfuerzos varía en las regiones de contacto. A partir de las simulaciones numéricas, en las que se modifica el coeficiente de fricción, y de la ecuación (2) se obtiene la comparación de desplazamiento para una carga de apriete de 7 kN. En la figura 4, se observa que la aproximación analítica sobreestima el desplazamiento h , ya que tanto en la ecuación (2) como en las simulaciones numéricas se usó la misma fuerza de apriete (7 kN). También, las dimensiones geométricas usadas en las simulaciones para los resultados de la figura 4 son las nominales, con esto se pretende que las condiciones iniciales de simulación y de las suposiciones analíticas sean las mismas. Bajo estas condiciones el único parámetro

que se varió en las simulaciones fue el coeficiente de fricción, y las superficies estaban en contacto inicial y sin presión. Aunque la aproximación analítica toma en cuenta características y propiedades mecánicas de los elementos de unión, ésta solo considera valores nominales de las variables, considera un amplio intervalo lineal de los mismos y omite modificaciones que se presentan durante el proceso de ensamble, las cuales se obtienen en la simulación numérica.

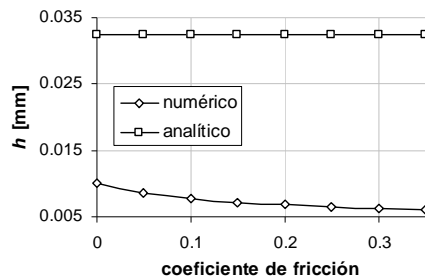


Figura 4.- Comparación de h en función del coeficiente de fricción con F constante.

Con las gráficas presentadas en la figura 4, se observa que el desplazamiento h obtenido de las simulaciones, para la misma fuerza de apriete, decrece cuando se incrementa el coeficiente de fricción. Esto representa que a mayor resistencia de deslizamiento relativo entre las superficies cónicas de contacto de los aros, menor deslizamiento axial y menor deformación radial. En consecuencia se reduce la capacidad portante de la unión a mayor coeficiente de fricción entre las superficies cónicas. También de la figura 4 se observa que el desplazamiento obtenido de la simulación es apenas alrededor 1/3 del calculado en forma analítica. Esta sobrestimación analítica del desplazamiento ocasionará que las concentraciones de esfuerzo de contacto se incrementen en forma significativa.

Mediante las simulaciones se determinaron las magnitudes máximas de esfuerzo en regiones localizadas del contacto del modelo, mientras que la aproximación analítica conserva solo los valores nominales. Un ejemplo representativo se muestra en la figura 5, la cual corresponde a los resultados de simulación para un coeficiente de fricción de 0.35 y la geometría de la figura 3. La curva de esfuerzo en la figura 5b corresponde a la superficie cilíndrica del aro cónico interno; pueden observarse los valores pico de la distribución de esfuerzos en el diámetro interno del aro.

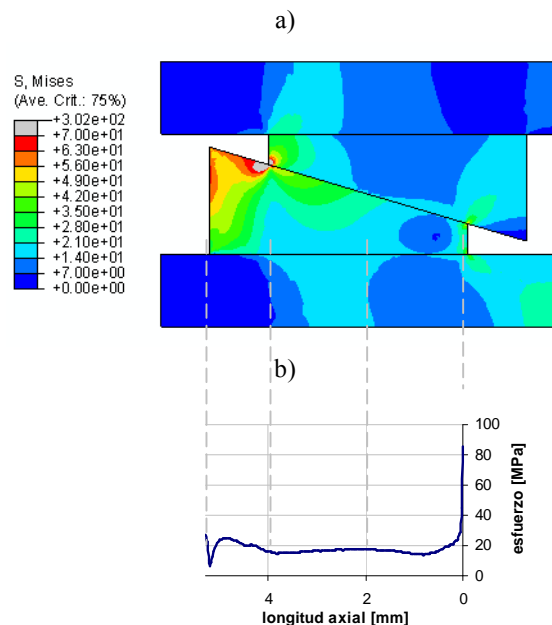


Figura 5.- Distribución de esfuerzo en la unión, a) esfuerzo en los elementos, y b) curva de esfuerzo en la superficie cilíndrica interna del aro interno.

La ubicación axial donde el aro cónico interno tiene menor espesor, presenta el máximo esfuerzo y de forma general decrece en dirección axial hacia la ubicación del mayor espesor del aro. De esto se infiere que la presión de contacto está relacionada con el espesor radial del aro a lo largo de su longitud axial. La región de menor espesor corresponde a las mayores presiones que se ejercen sobre la flecha (o en su caso el cubo).

Las deformaciones radiales en la superficie cilíndrica interna del aro no son constantes ni uniformes, ya que éstas están relacionadas con el esfuerzo que se presenta en cada región (ver figura 5). Esta condición de deformación radial se analizó, como se indica más adelante, con las geometrías nominales y con claros entre sus superficies. La característica de no uniformidad de presión se presenta en todos los casos y se hace más evidente con el incremento del claro entre las superficies de contacto ocasionados por las variaciones dimensionales.

En la figura 5 se observa que la presión no es constante a lo largo de la longitud axial de contacto de los aros. De la figura 4 se observa que la ecuación analítica sobreestima el desplazamiento necesario para realizar la unión. El cambio en el coeficiente de fricción ocasiona modificaciones de la longitud axial aparente de contacto y de la presión de contacto. Para analizarlas, se obtienen las presiones de contacto entre la flecha y el aro interno. Los resultados se muestran en las figuras 6 y 7, los cuales corresponden a los casos extremos de las variaciones máximas en la longitud axial de contacto aparente. Para los datos de la figura 6 se usan las dimensiones nominales de la unión, es decir sin claros iniciales entre las superficies de contacto de la flecha y el aro interno, y el coeficiente de fricción varía de 0 a 0.35. En la figura 7 se usa el claro máximo para un ajuste H7/h6 de la unión, y el coeficiente de fricción varía de 0 a 0.35. Estas curvas muestran la influencia del coeficiente de fricción sobre la longitud axial de contacto aparente; también las magnitudes de la presión de contacto para la superficie cilíndrica interna del aro cónico interno, de acuerdo el origen de coordenadas que se indica en la figura 5. Como la característica que se grafica es presión de contacto, sólo las regiones de contacto tienen valor superior a cero. La ausencia de contacto indica presión de contacto cero para estas gráficas. De lo anterior se concluye que al modificar el coeficiente de fricción, manteniendo las mismas condiciones de carga y elementos de unión, la región y presión de contacto se modifican produciendo características finales diferentes a las de diseño, especificadas por relaciones analíticas. Esto se relaciona directamente con la capacidad portante de la unión mecánica, porque de la presión de contacto depende la fuerza de fricción que se genera en las superficies de contacto.

Se observa también, que durante el proceso de ensamble de la unión, por la propia variación de espesor radial del aro no se logra el mismo valor de presión de contacto en toda su longitud axial. Esta condición se presenta sin importar el tamaño de los claros entre las superficies; es decir, aún en la ausencia de claros al inicio de la aplicación de la carga de apriete no se logra presión de contacto en toda la longitud axial del aro. Por otro lado, una combinación de mayor claro con mayor coeficiente de fricción reduce considerablemente la longitud de contacto. Para el caso extremo con claro radial de 0.017 mm y coeficiente de fricción de 0.3 y 0.35, no se obtiene ninguna presión de contacto entre la flecha y el aro interno. Lo que implica que el desplazamiento axial relativo entre los aros no es suficiente para lograr la deformación radial que logre el contacto.

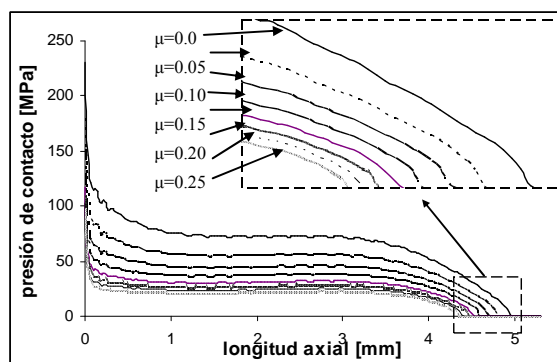


Figura 6.- Disminución de longitud axial de contacto aparente, para un ajuste exacto.

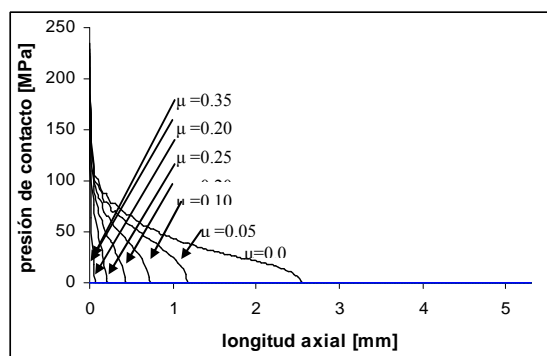


Figura 7.- Disminución de longitud axial de contacto aparente, para claro máximo de la unión.

El valor máximo de la presión de contacto, y en general toda la curva de contacto, decrece en proporción inversa al coeficiente de fricción. Esto obedece a que la región cónica en contacto entre los aros aumenta su fuerza de fricción con el coeficiente, lo cual genera una menor cantidad de incrustación de los aros. Para la figura 6 puede observarse que la presión máxima, en la región donde el aro tiene su menor rigidez radial (longitud axial de 0), es superior al 300% de la presión que se puede considerar como la nominal (parte central de la curva de presión de contacto). Lo anterior sugiere poner especial atención en los valores nominales de la presión de trabajo de los materiales, ya que con la sobreestimación de desplazamiento o carga de apriete axial se pueden alcanzar esfuerzos mayores a 300% de los considerados nominales.

Para el caso de la figura 7, las presiones máximas de contacto son del mismo orden que la obtenidas en la figura 6. Sin embargo, la longitud axial de contacto aparente es en todos los casos inferior al 50% de la longitud del aro, y en caso extremo con el claro máximo de un ajuste de transición H7/h6 y coeficiente de fricción de 0.3, no se obtiene ninguna longitud de contacto. Esto sugiere poner especial atención en los claros máximos permisibles que puedan funcionar de forma adecuada para realizar la unión con este tipo de elementos.

Adicionalmente, la modificación en las regiones de contacto afectan las frecuencias naturales propias de la unión. Para analizar esta característica se calcularon los valores de las 10 primeras frecuencias naturales para el mismo coeficiente de fricción y claros de 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, y 1 del claro máximo. Las figuras 8 y 9 muestran el porcentaje de variación de las frecuencias naturales para coeficientes de fricción de 0 y 0.05, tomando como referencia la condición sin claro entre las superficies. Además, la figura 10 muestra el porcentaje de cambio de las frecuencias naturales de la unión para la condición de claro máximo en las superficies de contacto y diferentes coeficientes de fricción, tomando como base $\mu=0.05$.

A partir de las figuras 8, 9 y 10 se observa que el cambio de longitud axial de contacto influye las frecuencias naturales de la unión. Este efecto se aprecia principalmente en los primeros 7 modos de vibración. Para los modos altos obtenidos en este estudio la variación porcentual es igual o menor al 10 % en comparación a la referencia seleccionada, esto aún para el caso de claro máximo con coeficiente de fricción máximo. Es importante considerar este cambio de frecuencias naturales, ya que como se observa, su modificación puede ser de hasta el 50%. Propiciando en los peores casos que la unión no cumpla con las frecuencias de diseño requeridas para el correcto funcionamiento del sistema mecánico del cual forma parte. Por otro lado, la condición de variación de frecuencia en función del apriete puede ser de utilidad, porque en ocasiones también es necesario cambiar la rigidez del sistema para variar sus frecuencias. Así este trabajo puede servir como base para el desarrollo de un dispositivo que permite variar la frecuencia natural del sistema, alejando las frecuencias de trabajo de la resonancia.

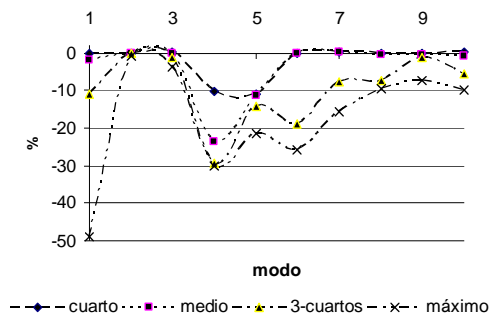


Figura 8. Cambio porcentual de frecuencias naturales, $\mu=0.0$ para diferentes claros

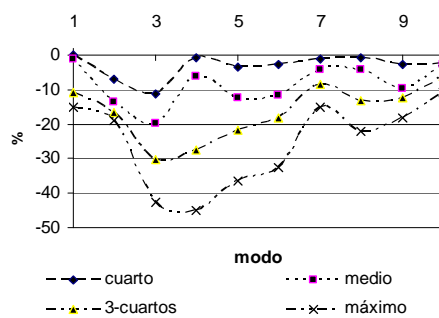


Figura 9. Cambio porcentual de frecuencias naturales, $\mu=0.05$ para diferentes claros

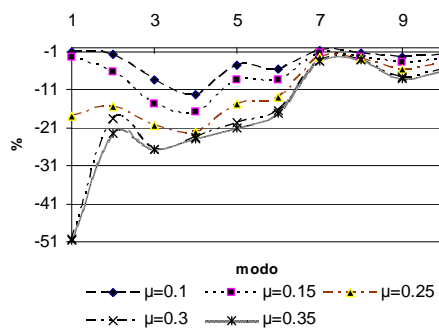


Figura 10. Cambio porcentual de frecuencias naturales, para claro máximo y diferentes coeficientes de fricción.

RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen a la Dirección General de Educación Superior Tecnológica (DGEST) por el apoyo económico para realizar este trabajo dentro del proyecto de investigación DGEST 534.07-P.

REFERENCIAS

- [1] Schmitz, T., Action, J., Ziegert, J., Sawyer, G., "The Difficulty of Measuring Low Friction: Uncertainty Analysis for Friction Coefficients Measurements", Journal of Tribology, ASME, Vol. 127, pp. 673-678, 2005.
- [2] Szwedowicz D., Bedolla J., "Experimental and Numerical Coupling Proof of Conical Friction Joints", Key Engineering Materials, Vol. 347, pp. 557-562, ISSN 1013-9826, Trans Tech Publications, Switzerland, 2007.

- [3] Han, H., "Influence of Material Anisotropy and Friction on Ring Deformation", *Journal of Tribology*, ASME, Vol. 124, pp. 637-344, 2002.
- [4] Sheng, W., Fang, W., "Design of a Friction Clutch Using Dual Belleville Structures", *Journal of Mechanical Design*, ASME, Vol. 129, pp. 986-990, 2007.
- [5] Dhufia J.S., Powalka B., Ulsoy A.G., Katz R., "Effect of a Non Linear Joint on the Dynamic Performance of a Machine Tool", *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, ASME, Vol. 129, pp. 943-950, 2007.
- [6] Sun, Y., Cole, C., "Finite Element Modeling and Analysis of Friction-Wedge Dampers During Suspension Pitch Modes", *Journal of Vibrations and Acoustics*, ASME, Vol. 130, pp. 1-9, 2008.
- [7] Kong, L., Parker, R., "Mechanics and Sliding Friction in Belt Drives with Pulley Grooves", *Journal of Mechanical Design*, ASME, Vol. 128, pp. 494-502, 2006.
- [8] San Andres, L., Delgado, A., "Identification of Force Coefficients in a Squeeze Film Damper with a Mechanical end Seal – Centered Circular Orbit Test", *Journal of Tribology*, ASME, Vol. 129, pp. 660-668, 2007.
- [9] Hadinata, P., Stephens, L., "Soft Elastohydrodynamic Analysis of Radial Lip Seals With Deterministic Microasperities on the Shaft", *Journal of Tribology*, ASME, Vol. 129, pp. 851-859, 2007.
- [10] Mazzucco, D., Spector, M., "Contact Area as Critical Determinant in the Tribology of Metal-on-Polyethylene Total Joint Arthroplasty", *Journal of Tribology*, ASME, Vol. 128, pp. 113-121, 2006.
- [11] Beisheim, J., Sinliar, G., "Three Dimensional Finite Element Analysis of Dovetail Attachments With and Without Crowning", *Journal of Turbomachinery*, ASME, Vol. 130, pp. 1-8, 2008.
- [12] Bert C.W., and Wu S., "Dynamic Analysis of a Non Linear Torsional Flexible Coupling with Elastic Links", *Journal of Mechanical Design*, ASME, Vol. 125, pp. 509-517, 2003.
- [13] Bedolla J., Szwedowicz D., Martínez E., "Análisis Teórico-Experimental de Elementos Deformables en Uniones Mecánicas", 9º Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica y IV congreso Nacional de Energía, COCIM-CONAE 2000, Octubre 10-13, 2000, Valparaiso, Chile.
- [14] Bedolla J., Szwedowicz D., "Análisis de Modificación de la Región Nominal de Contacto en Uniones Mecánicas Cónicas por Fricción", CAOS Conciencia, Revista de la División de Ciencias e Ingeniería, Vol. 1, pp. 73-82, 2007.